Poiščemo NSD (gcd)

$\gcd(a_1, a_2, \dots, a_k)$ = največje število, ki deli vse a_i

$\gcd(75382, 6758) = ?$

$O(\log \log n)$

n večji od a, b

$$\overset{a}{75382} = \overset{b}{6758} \cdot 11 + \overset{c}{\boxed{1044}}$$

$$6758 = 1044 \cdot 6 + 494$$

$$1044 = 494 \cdot 2 + 56$$

$$494 = 56 \cdot 8 + 46$$

$$56 = 46 \cdot 1 + 10$$

$$46 = 10 \cdot 4 + 6$$

$$10 = 6 \cdot 1 + 4$$

$$6 = 4 \cdot 1 + 2$$

$$4 = \boxed{2} \cdot 1 + 0$$ konec

NE

$$2 = 0 \cdot ? + ?$$

$d \mid a, b$ d deli a in b

poljuben

$d \mid (a - k \cdot b)$ ← d deli razliko

$a = x \cdot d, \; b = y \cdot d$

$a - k \cdot b = x \cdot d - k \cdot y \cdot d = (x - k \cdot y) \cdot d$

$$6758 = 75382 \cdot 0 + 6758$$

$$75382 = 6758 \cdot \ldots$$

LCM (least common multiplier)

$$a \cdot b = \gcd(a,b) \cdot \mathrm{lcm}(a,b)$$

$$\mathrm{lcm}(a,b) = \frac{a \cdot b}{\gcd(a,b)}$$

$$n = p_1^{k_1} p_2^{k_2} \cdots p_m^{k_m}$$

$$\#\text{ deliteljev} = (k_1+1)(k_2+1)\cdot\ldots\cdot(k_m+1)$$

$a = a_1 \cdot d$ $\quad a_1, b_1 \in \mathbb{N}$

$b = b_1 \cdot d$ $\quad d = \gcd(a,b)$

a_1, b_1 tuji

vsak skupni večkratnik je oblike

$$ka = ka_1 d \qquad ka_1 = hb_1$$

$$\overset{\shortparallel}{hb} = hb_1 d \qquad a_1 \mid hb_1$$

$$\Rightarrow a_1 \mid h \qquad h = h_1 \cdot a_1$$

podobno $b_1 \mid k$ $\qquad k = k_1 \cdot b_1$

skupni večkratniki

$$ka_1 d = hb_1 d$$

$$k_1 b_1 a_1 d = h_1 a_1 b_1 d$$

$$k_1 = h_1$$

najmanjši : $k_1 = h_1 = 1$ $\quad \Rightarrow \mathrm{lcm}(a,b) = a_1 b_1 d$

$$= \frac{ab}{d}$$

Časovna zahtevnost

Ideja: štejemo, koliko operacij potrebuje algoritem da pride do konca

```
for i=1,...,n
    for j=1,...,m
        neki
    end
end
```

$\Big\}\ O(nm)$

Def. funkcija f je $O(g)$, če za dovolj velike $n \in \mathbb{N}$ velja $f(n) \leq C \cdot g(n)$, kjer je C neka konstanta.

$f = O(g)$ „f raste največ tako hitro kot g"

$O(n) \leftarrow$

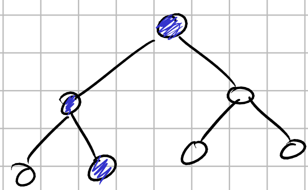
!!! $[\ O(10^9 \cdot n) = O(n)$

Pogosto: glej zapiske

$O(1)$: $(a+b) \cdot 3 - 7$

$O(\log n)$: bisekcija

$\log_2 n \ \Big\{$



$2^? = 32$

iskano število je $\log_2 32 = 5$

$\log_2 1000000 = 20$

$\log_2 1000000000 = 30$

$O(\sqrt{n})$ – iskanje deliteljev števila

če iščemo delitelje 36,

1 — 36 $\qquad$ 36
2 — 18 $\qquad$ 36
3 — 12 $\qquad$ 36
4 — 9 $\qquad$ 36
6 — 6 $\qquad$ 36 $\qquad$ $\sqrt{36} = 6$

$O(n)$ linearna

Največ, kar lahko naredimo v 1s, je $10^7 - 10^8$ operacij

$O(n \log n)$ — urejanje

Izrek. Urejanje s primerjanjem je $\Omega(n \log n)$.

$O(n^2)$, $O(n^3)$, ...

$O(2^n)$ eksponentna

1 2 3 4 5 $\qquad$ Podmnožic je 2^n.

1
2
3
4
5

1 2 $\qquad$ 1 2 $\simeq$ 2 1
1 3
1 4
1 5
2 3
2 4 ...

$O(n!)$

število permutacij $\qquad$ $(1, 2) \neq (2, 1)$

Dijkstra: $O(\underset{\text{moramo pogledati vse povezave}}{E} + \underbrace{V \log V}_{\text{morajo biti vozlišča v posebni strukturi}})$

A^*: $O(E \log V)$ $\qquad$ če je graf povezan velja $|E| \geq |V| - 1$

$\vee|$

$O(V \log V) = O(E + V \log V)$