Bober 2023/24

Bebras

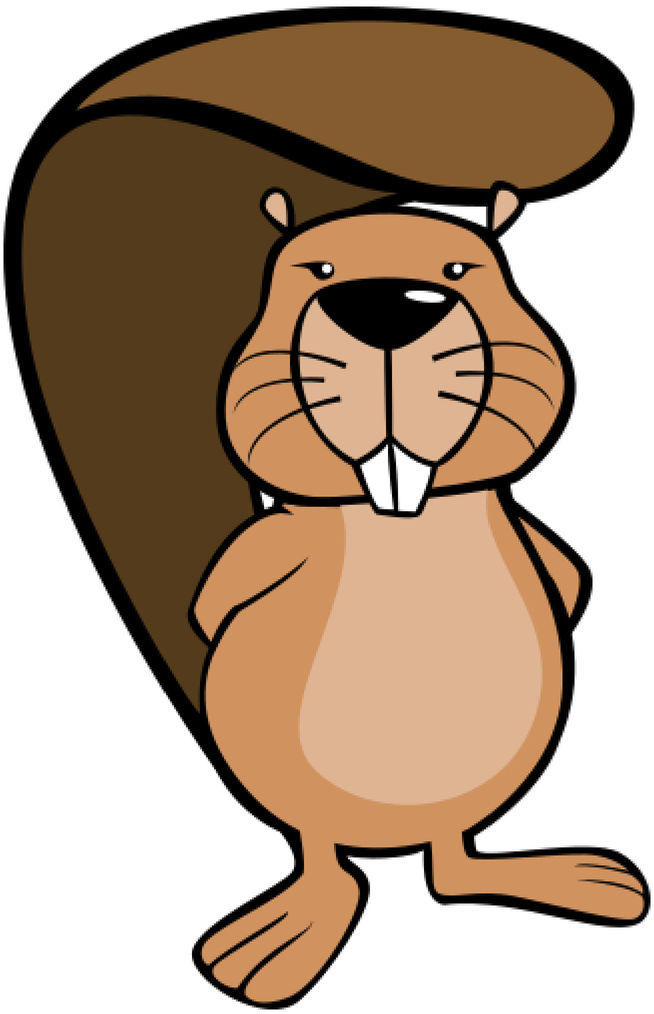
ACM Slovenija

Naloge za tekmovanje je izbral, prevedel, priredil in oblikoval Programski svet tekmovanja:

Alenka Kavčič (UL FRI)
Nežka Rugelj (OŠ Trzin)
Špela Cerar (UL PEF)

Pomoč pri prevodu:

Roman Bobnarič (Gimnazija Ormož)



Naloge in rešitve

ACM Slovenija

Naloge za tekmovanje je izbral, prevedel, priredil in oblikoval Programski svet tekmovanja:

Alenka Kavčič (UL FRI)
Nežka Rugelj (OŠ Trzin)
Špela Cerar (UL PEF)

Pomoč pri prevodu:

Roman Bobnarič (Gimnazija Ormož)

Razvoj tekmovalnega sistema:

Gašper Fele Žorž (UL FRI)
Gregor Jerše (UL FRI)

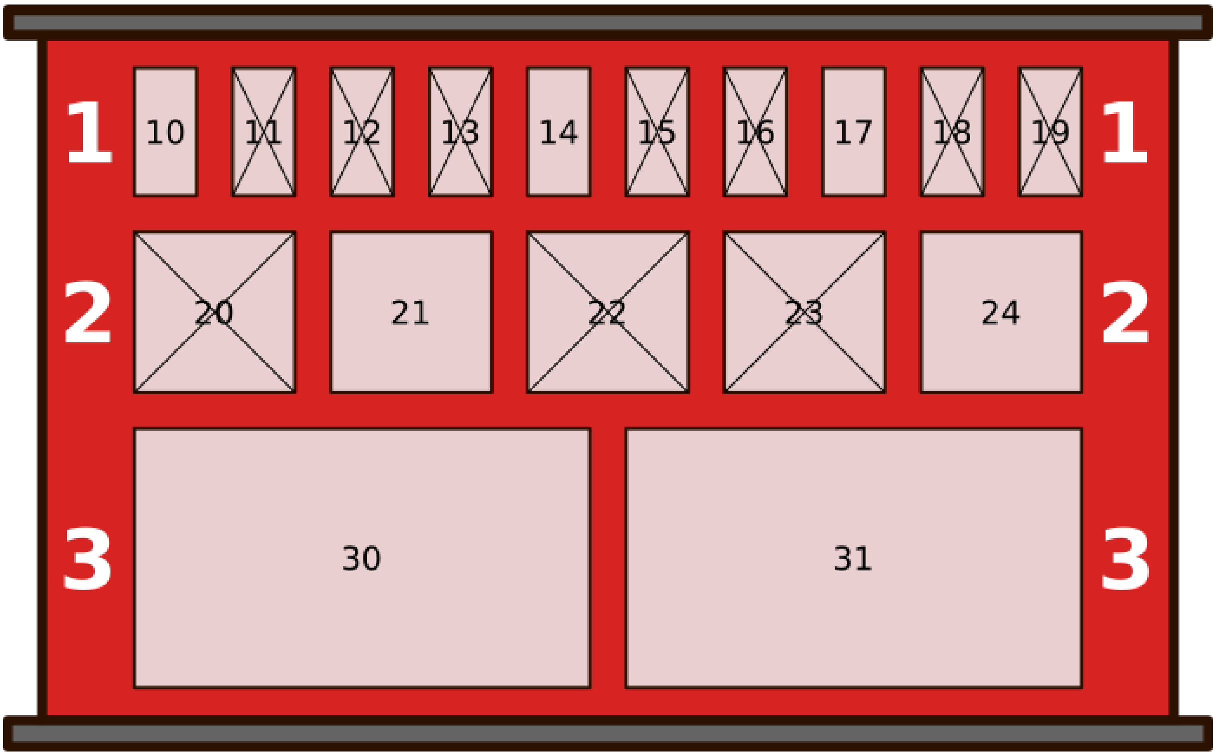
Kazalo nalog

Paketomat

6. in 7. razred

Pri paketomatu v Bobrovi vasi stoji robot, ki sprejema pakete in jih shranjuje v omarice. Robot loči tri različne velikosti paketov: majhne, srednje velike in velike, v paketomatu pa ima na voljo tri različne velikosti omaric, in sicer 1, 2 in 3. Majhne pakete lahko spravi v katerokoli velikost omarice. Srednje velik paket lahko pospravi v omarice velikosti 2 in 3. Velike pakete lahko pospravi le v omarici velikosti 3. Robot z računalniškim vidom prepozna velikost paketa in ga pospravi v prazno omarico, ki je primerne velikosti, in je označena z najmanjšo številko.

Neko jutro je stanje paketomata takšno, kot ga prikazuje spodnja slika. Omarice, označene z X, so zasedene. V njih je trenutno shranjen paket in dokler ga kdo ne prevzame, vanjo robot ne more shraniti drugega paketa.



Tekom dneva se zgodi naslednje:

1. Dostavijo dva majhna paketa.
2. Nekdo prevzame paket iz omarice z oznako 22.
3. Dostavijo velik paket.
4. Dostavijo še tri majhne pakete.
5. Nekdo prevzame paket iz omarice z oznako 15.
6. Dostavijo srednje velik paket.
7. Nekdo prevzame paket iz omarice z oznako 18.
8. Dostavijo še en majhen paket.

V katero omarico robot shrani zadnji dostavljeni paket?

Rešitev

Zadnji paket robot shrani v omarico z oznako 15.

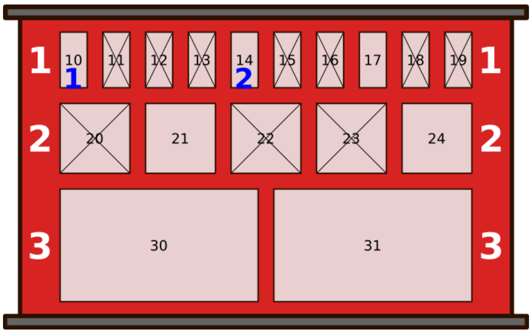
Tako se je tekom dneva spreminjalo stanje paketomata:

<table>
<tr><td>

1. Dostavijo dva majhna paketa:

- Prvi paket robot spravi v omarico 10.
- Drugi paket robot spravi v omarico 14.

</td><td>

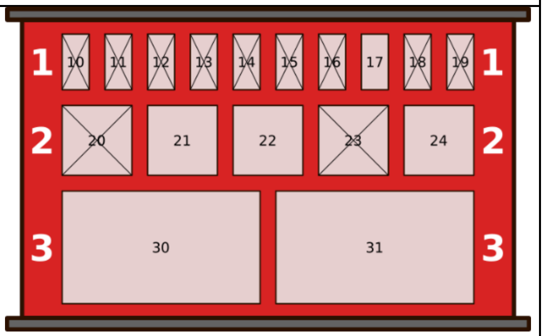


</td></tr>
<tr><td>

2. Nekdo prevzame paket iz omarice z oznako 22:

- Omarica 22 je prosta.

</td><td>

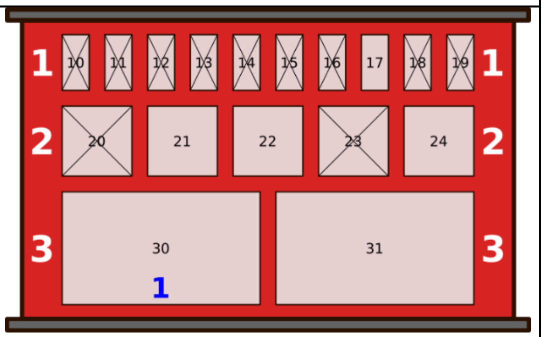


</td></tr>
<tr><td>

3. Dostavijo velik paket:

- Robot spravi paket v omarico z oznako 30.

</td><td>

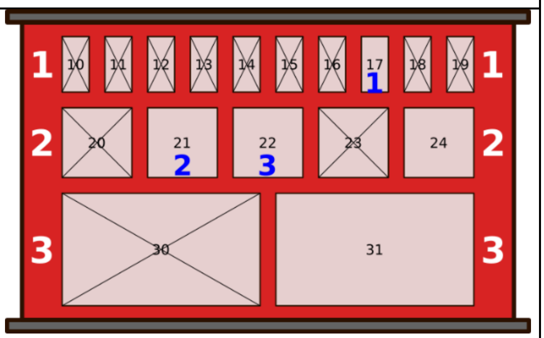


</td></tr>
<tr><td>

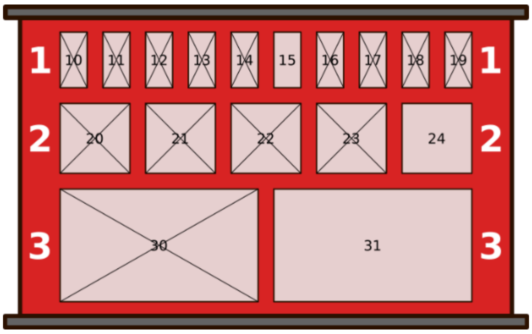
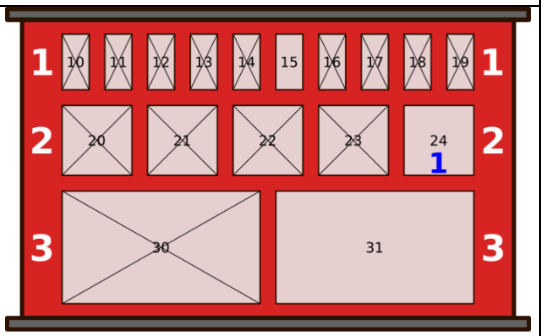
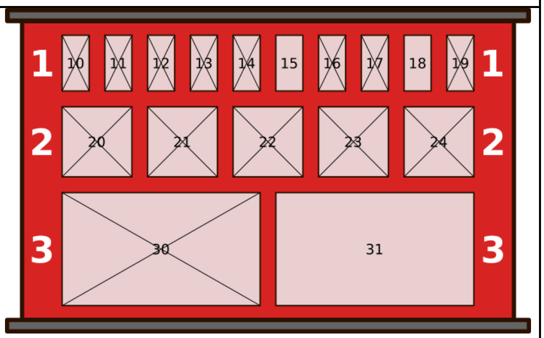
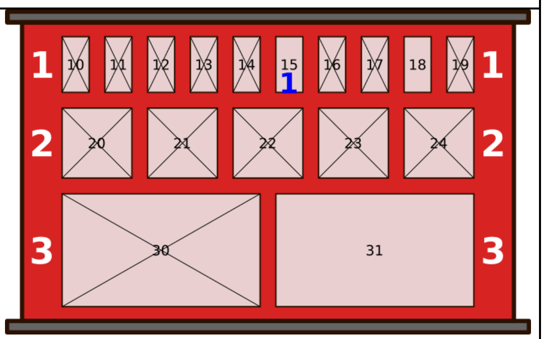
4. Dostavijo še tri majhne pakete:

- Prvega postavi v omarico z oznako 17.
- Drugega postavi v omarico z oznako 21, saj so vse omarice velikosti 1 zasedene.
- Tretjega postavi v omarico z oznako 22, saj so vse omarice velikosti 1 zasedene, omarica 22 pa se je v 2. koraku sprostila.

</td><td>



</td></tr>
</table>

5. Nekdo prevzame paket iz omarice z oznako 15: • Omarica z oznako 15 je prosta.	
6. Dostavijo srednje velik paket: • Robot spravi paket v omarico z oznako 24.	
7. Nekdo prevzame paket iz omarice z oznako 18: • Omarica z oznako 18 je prosta.	
8. Dostavijo še en majhen paket: • Robot shrani paket v omarico z oznako 15, saj je to omarica z najnižjo oznako med prostimi omaricami velikosti 1.	

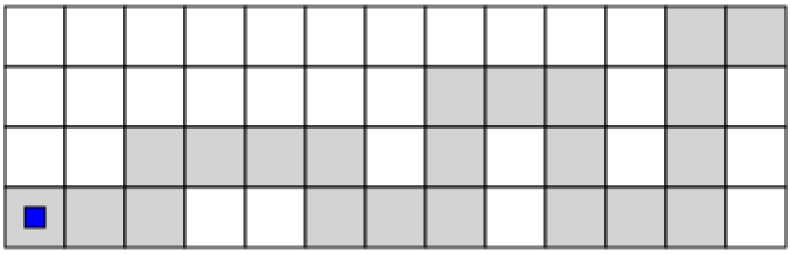
Računalniško ozadje

Robot mora pri razporejanju dostavljenih paketov v ustrezne omarice slediti algoritmu.

Robot na poti

6. in 7. razred

V botaničnem vrtu so dobili novega robota, ki pobira smeti po poti. Pot je na spodnji sliki označena s sivimi kvadratki, robot ( ) vedno začne na levi strani.



Robota lahko programiramo z ukazi:

Go (premakni se eno polje gor)

De (premakni se eno polje desno)

Do (premakni se eno polje dol)

Robot si lahko zapomni največ 5 ukazov, ki jih ponavlja, dokler ne pride do konca parka. Katero zaporedje ukazov bo peljalo robota tako, da bo šel po najmanjšem številu belih polj?

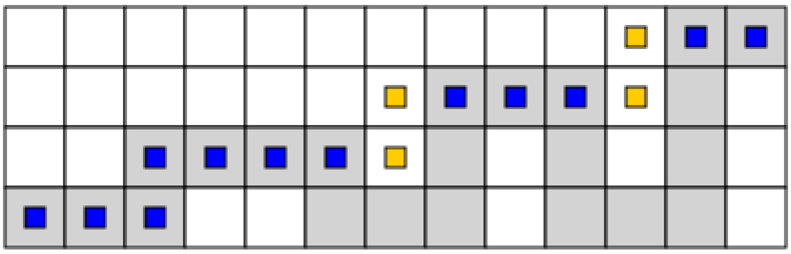
A) DeDeGoDeDe
B) DeDeDeGoDe
C) GoDeDeDeDo
D) DeGoDeDeDe

Rešitev

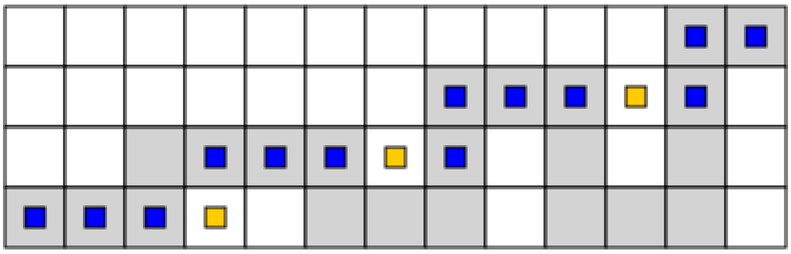
Pravilen odgovor je B: DeDeDeGoDe.

Poglejmo si, kako gre robot skozi park in po koliko belih poljih gre pri vsakem od podanih zaporedij ukazov.

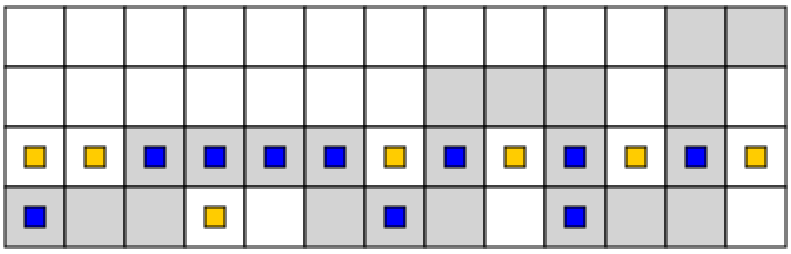
Če mu podamo zaporedje ukazov A: DeDeGoDeDe, gre skozi park, kot kaže slika spodaj, in gre pri tem po štirih belih poljih.



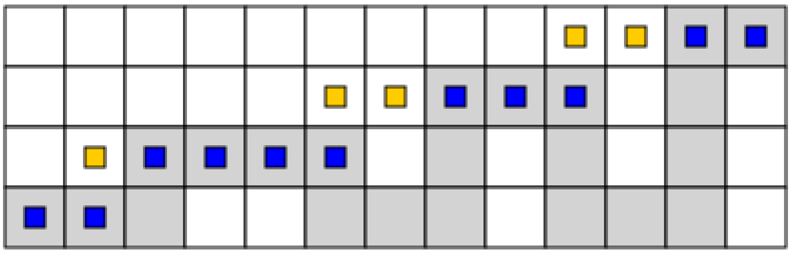
Če mu podamo zaporedje ukazov B: DeDeDeGoDe, gre po treh belih poljih.



Zaporedje ukazov C: GoDeDeDeDo ga peljejo po sedmih belih poljih.



Zaporedje ukazov D: DeGoDeDeDe pa ga peljejo po petih belih poljih, kot je razvidno iz spodnje slike.



Torej je najbolj primerno zaporedje ukazov B, ki ga peljejo po najmanjšem številu belih polj.

Računalniško ozadje

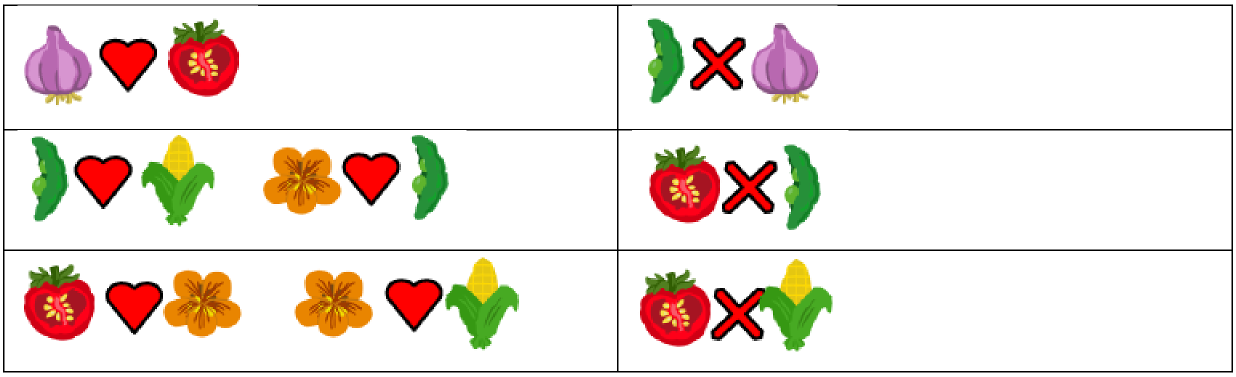
V nalogi si moral slediti preprostim programom in preveriti, kateri od njih je najbolj ustrezen. Tudi pri programiranju se občasno srečamo s problemom, ki ga rešimo z najboljšim približkom rešitve, saj je popolna rešitev lahko preveč časovno zahtevna, da bi jo bilo smiselno uporabljati dnevno.

Vrt

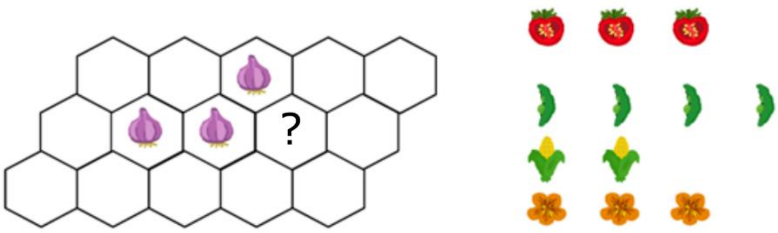
6. in 7. razred

Tanja sadi vrt z različnimi vrstami rastlin. Nekatere rastline so dobre sosede, ker so med seboj koristne. Na primer, fižol koristi koruzi, saj ji zagotavlja dušik, rastline koruze pa fižolu pomagajo, ker mu nudijo stabilnost.

V tabeli lahko vidimo, katere rastline so dobre sosede ( ) in katere ne uspevajo skupaj ( ).



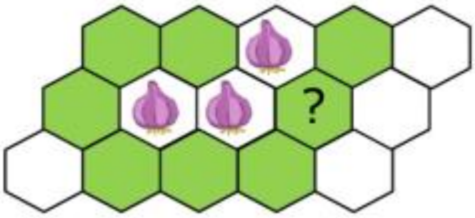
Tanja ima na vrtu šesterokotne gredice, na katere je že posadila 3 česne. Na ostale gredice bo posadila 3 paradižnike, 4 fižole, 2 koruzi in 3 rože tako, da bo čim več rastlin imelo dobre sosede, nobena pa sosedo, s katero ne uspeva. Kaj bo posadila na označeno gredico?

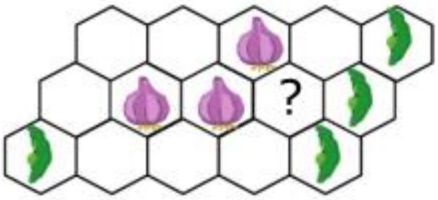


Rešitev

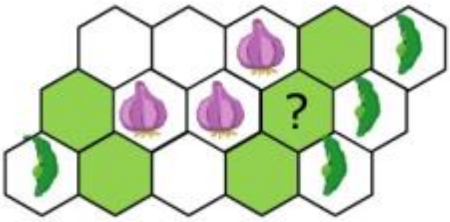
Tanja bo na označeno mesto posadila koruzo.

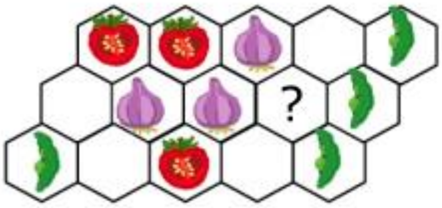
Glede na začetno postavitev česna lahko z zeleno označimo gredice, ki so primerne za tiste rastline, ki gredo dobro skupaj s česnom. Ostanejo pa nam ravno štiri mesta, torej bo Tanja nanje posadila fižol, ki ni dober sosed česnu.



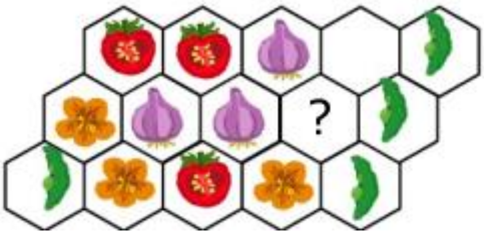


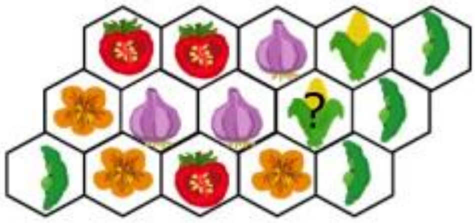
Sedaj si lahko z zeleno označimo mesta, kamor lahko posadimo dobre sosede fižola. Preostanejo nam tri mesta, kamor lahko posadimo ravno tri paradižnike, ki niso dober sosed fižolu.





Ostanejo nam tri rože in dve koruzi. Obe rastlini sta dobra soseda fižolu, ampak paradižnik ima več koristi od rož (privlačijo čebele), ni pa dober sosed koruzi. Torej bomo dali rože zraven paradižnika, na preostali mesti pa damo koruzo. S tem smo dobili odgovor na naše vprašanje.





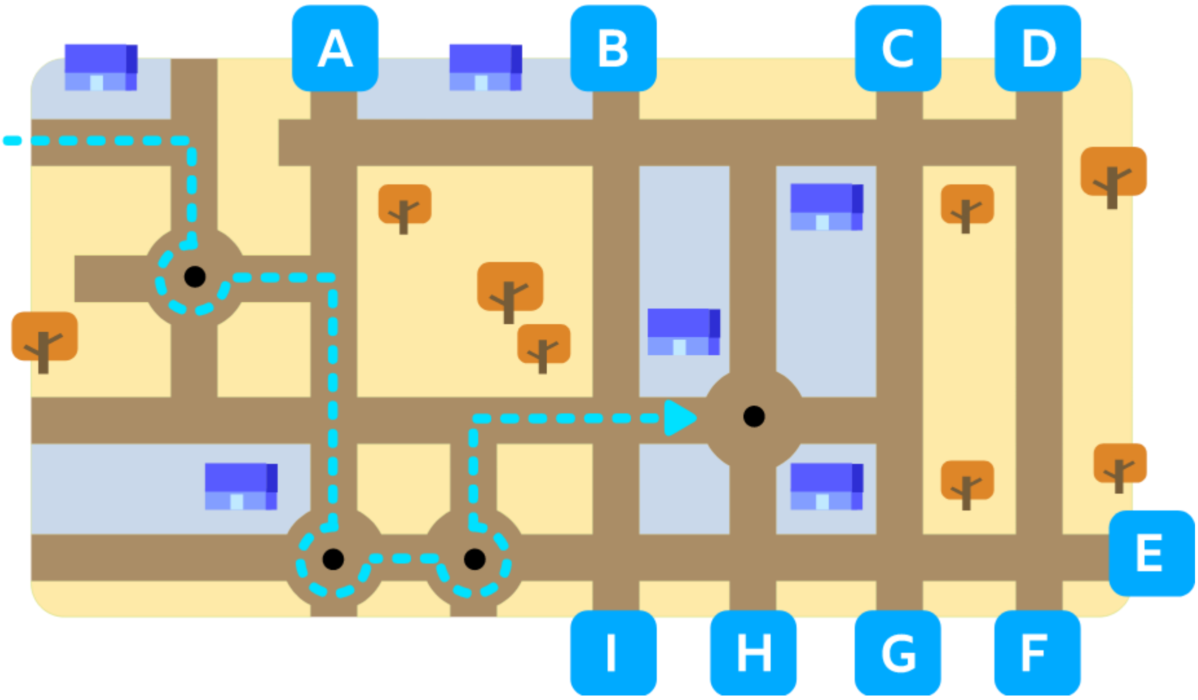
Računalniško ozadje

Tako kot v tej nalogi, moramo tudi v računalništvu pogosto pri reševanju problemov upoštevati omejitve in iskati optimalne rešitve.

Avtonomni avto

6. do 9. razred

Tim potuje s svojim avtonomnim avtom. Zadnja posodobitev programske opreme avtomobila je vsebovala hrošča, zaradi katerega se avto na vsakem križišču iste vrste obnaša enako, tako kot kaže slika. Na primer, na vsakem krožišču avto krožišče zapusti na tretjem izvozu.



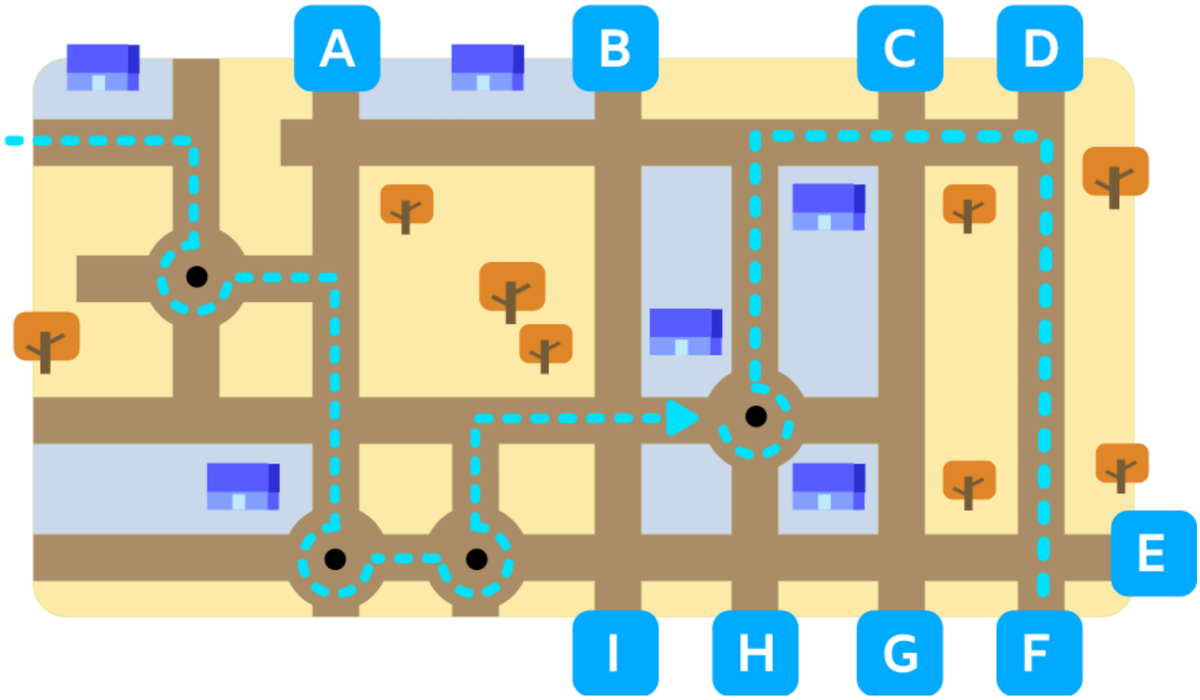
Avto se ustavi, ko doseže eno izmed postaj, označenih s črko. Kje bo avto na koncu Timove vožnje?

Rešitev

Avto upošteva naslednja pravila:

- Ko zapelješ v krožišče, ga zapusti na tretjem izvozu.
- V križišču pelji naravnost. Če to ni mogoče, zavij desno.

Avto tako pelje po naslednji poti:



In konča na postaji F.

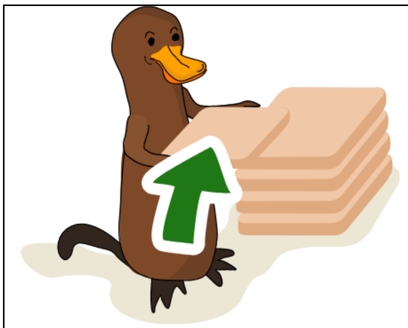
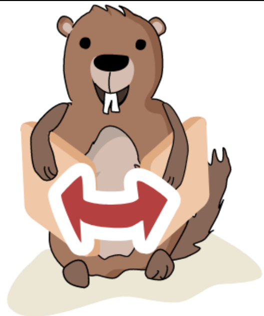
Računalniško ozadje

Pri tej nalogi si moral iz primera prepoznati, kakšnim navodilom v posameznem tipu križišča sledi avto. Ta navodila so pravzaprav program. Ko si prepoznal, kako deluje program, si moral pri naslednjem delu naloge slediti temu programu tako, da si prišel do končne rešitve. Tudi programerji pogosto dobijo že napisan program in morajo iz programske kode razbrati, kako deluje.

Besedna igra

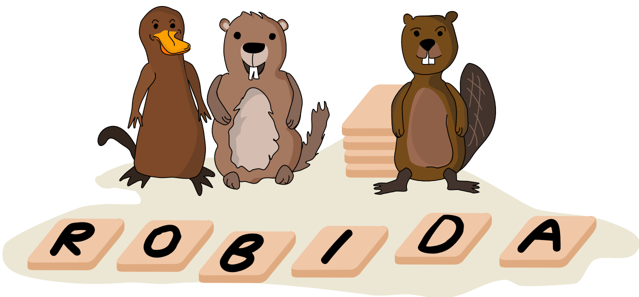
6. do 9. razred

Reto, Dru in Irek se radi igrajo besedno igro. Zgodaj zjutraj se zberejo pri reki in iz črk, napisanih na lesene plošče, sestavijo začetno besedo. Potem vsi skupaj odidejo. Čez dan se vsak od njih (lahko tudi večkrat) vrne k besedi in jo spremeni na zase značilen način:

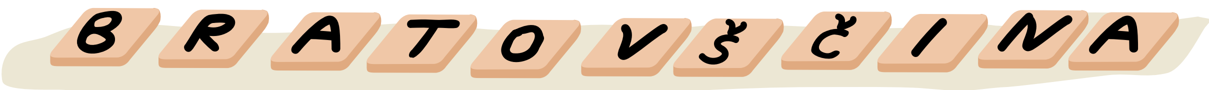
		
Dru vedno **pobriše** eno črko.	Irek vedno **doda** eno črko.	Reto vedno prinese novo črko, s katero **zamenja** drugo črko.

Cilj igre je, da do konca večera besedo spremenijo tako, da dobijo novo besedo.

Danes zjutraj so skupaj sestavili besedo »ROBIDA«.



Zvečer pa je bila napisana beseda »BRATOVŠČINA«.



Najmanj kolikokrat so prijatelji obiskali reko in spremenili zjutraj sestavljeno besedo, da so dobili novo?

Rešitev

Prijatelji so besedo spremenili najmanj osemkrat.

Prvotna beseda in nova beseda imata 4 skupne črke, ki jih prijateljem ni bilo potrebno spreminjati, saj so na pravih mestih (R, O, I in A). Nova beseda ima 11 črk, kar pomeni, da so morali spremeniti ali dodati vsaj 11 – 4 = 7 črk. V spodnji tabeli lahko vidimo, da je z dodajanjem 5 črk (oznaka spremembe +) in zamenjavo 2 črk (oznaka spremembe ↔) mogoče besedo ROBIDA spremeniti v besedo BRATOVŠČINA.

Začetna beseda		R			O	B			I	D	A
Sprememba	+		+	+		↔	+	+		↔	
Končna beseda	B	R	A	T	O	V	Š	Č	I	N	A

Črko B, ki smo jo v primeru zamenjali s črko V, bi lahko zamenjali tudi s črko Š in vstavili črki V in Č ali B zamenjali s črko Č in vstavili črki V in Š, vendar se s tem število potez ne bi zmanjšalo. Kot vidimo v zgornji tabeli, lahko besedo ROBIDA s sedmimi spremembami spremenimo v besedo BRATOVŠČINA.

Kot lahko vidimo, je besedo res mogoče spremeniti s 7 obiski.

Vendar, če pozorno pogledamo, sta v tem primeru besedo spreminjala le Irek in Reto, ne pa tudi Dru. Če upoštevamo omejitev, da mora vsak od prijateljev priti do reke in narediti vsaj eno spremembo, lahko besedo iz ene v drugo spremenimo tudi tako, da eno menjavo črke nadomestimo z brisanjem črke in dodajanjem nove. Pod temi pogoji je za spremembo besede ROBIDA v besedo BRATOVŠČINA potrebnih osem sprememb.

Računalniško ozadje

Tako kot prijatelji v nalogi, tudi mi z računalnikom pogosto urejamo besedilo. V nalogi nas je zanimalo, kolikokrat moramo uporabiti posamezen ukaz, da bi lahko s čim manjšim številom ukazov ustrezno spremenili niz.

Detektiv

6. do 9. razred

Detektiv Vohljač je na sledi predrznim tatovom draguljev. Že več dni opazuje hišo, v kateri se zbirajo kriminalci. Pred vrati hiše vedno stoji vratar, ki od vsakega obiskovalca zahteva geslo za vstop. Danes je Vohljaču uspelo ujeti tudi kratek pogovor med vratarjem in obiskovalci. Ko je do hiše prišel prvi obiskovalec, je vratar rekel »deset« in dobil odgovor »pet«. Vratar je obiskovalca spustil v hišo. Kasneje je prišel še drugi obiskovalec. Vratar mu je rekel »osem« in obiskovalec je odgovoril »štiri« ter vstopil v hišo.

Vohljač se je odločil, da bo tudi sam poskusil vstopiti v hišo. Na vhodu ga ustavi vratar in reče »dvanajst«, Vohljač pa odgovori »šest«. A na njegovo presenečenje ga vratar ne spusti naprej, temveč kriminalce opozori na vsiljivca.

Kakšno je pravilo, ki so ga uporabljali kriminalci pri geslu za vstop?

A) Odgovori s številom, ki se ne začne na prvo črko besede, ki jo pove vratar.
B) Število, ki ga pove vratar, prepolovi.
C) Preštej, koliko črk ima beseda, ki jo pove vratar.
D) Odgovori s številom, ki ima enako število črk kot beseda, ki jo pove vratar.

Rešitev

Pravilen odgovor je C: preštej, koliko črk ima beseda, ki jo pove vratar.

Pravilo pri odgovoru C je edino od navedenih pravil, ki ustreza odgovorom kriminalcev, a ne ustreza odgovoru detektiva. Oba kriminalca sta skladno s tem pravilom odgovorila pravilno: beseda »deset« ima 5 črk, beseda »osem« pa 4 črke. Tako bi bil pravilen odgovor Vohljača »osem«, saj ima beseda »dvanajst« 8 črk.

Pravilo v odgovoru A ni pravo, saj velja pri obeh odgovorih kriminalcev, a tudi pri odgovoru detektiva. Besedi »dvanajst« in »šest« se ne začneta z isto črko, a detektiva vseeno niso spustili v hišo.

Tudi pravilo v odgovoru B ni pravo. Če bi odgovor dobili tako, da število, ki ga pove vratar, prepolovimo, oba odgovora kriminalcev ustrezata temu pravilu, vendar pravilu ustreza tudi odgovor detektiva, ki pa se je izkazal za napačnega.

Odgovor D tudi ne opisuje pravega pravila, ker ne ustreza niti odgovorom kriminalcev: besedi »deset« in »pet« imata različni dolžini, prav tako pa tudi besedi »osem« in »štiri«.

Računalniško ozadje

Za rešitev te naloge smo morali poiskati povezave med različnimi namigi v nalogi in preveriti, v katerih primerih so podatki v nasprotju s pravili in v katerih so skladni z njimi. Tudi programerji analizirajo podatke in v njih iščejo vzorce, ki jih uporabijo pri razvoju učinkovitih rešitev različnih problemov.

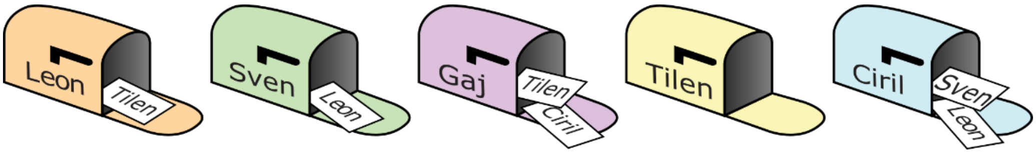
Dostava pošte

6. do 9. razred

Peter raznaša pošto petim bobrom. Če želi bober poslati pošto drugemu bobru, pusti pošiljko v svojem nabiralniku, da jo pobere Peter in dostavi naslovniku. Peter enega za drugim obišče vse nabiralnike in pri vsakem nabiralniku naredi naslednje:

1. V nabiralniku pobere vso pošto in jo spravi v torbo.
2. V torbi poišče vso pošto za tega bobra in jo postavi v nabiralnik.

Preden se je Peter danes odpravil na delo, je izvedel, da poštni nabiralniki bobrov vsebujejo naslednjo pošto:



Peter začne delo s prazno torbo in ker se mu danes mudi na rojstnodnevno zabavo, želi vsak nabiralnik obiskati le enkrat. V kakšnem vrstnem redu bo obiskal nabiralnike bobrov, da bo lahko razdelil vso pošto?

Rešitev

Peter mora obiskati nabiralnike bobrov v naslednjem vrstnem redu: Gaj → Ciril → Sven → Leon → Tilen.

Ker lahko Peter obišče vsak nabiralnik le enkrat in ker mora raznesti vso pošto, mora Tilnov nabiralnik obiskati kot zadnjega, saj je ta nabiralnik edini, v katerem ne čaka nobena pošta za dostavo. Od preostalih nabiralnikov ima le Leonov nabiralnik pošto, ki je naslovljena le na Tilna. Torej mora Peter Leonov nabiralnik obiskati kot predzadnjega.

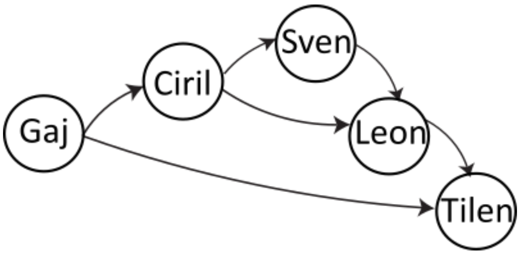
Ostanejo nam še trije nabiralniki: Svenov, Gajev in Cirilov. Od teh le Svenov nabiralnik vsebuje le pošto, ki je naslovljena le na Leona ali Tilna. Zato Peter obišče Svenov nabiralnik tik pred Leonovim, torej kot tretjega.

Ostaneta le še Gajev in Cirilov nabiralnik. Ker Gajev nabiralnik vsebuje pošto za Cirila (Cirilov nabiralnik pa nima pošte za Gaja), mora biti Gajev nabiralnik obiskan kot prvi, Cirilov pa kot drugi.

Vrstni red Petrovih obiskov nabiralnikov je torej naslednji: Gajev, Cirilov, Svenov, Leonov in Tilnov.

Računalniško ozadje

Pošta, ki so jo bobri na začetku pustili v nabiralnikih, nam daje namige o vrstnem redu, v katerem lahko Peter obišče poštne nabiralnike. Te namige lahko predstavimo tudi z grafom: v vozliščih (krogih) so nabiralniki bobrov, puščica od vozlišča A do vozlišča B pa pomeni, da bober A pošilja pošto bobru B.



Tak graf imenujemo *usmerjen aciklični graf*. Graf je aciklični, ker ne vsebuje ciklov ali zank. Taki grafi se pogosto uporabljajo v računalništvu, na primer za razporejanje, vzporedno procesiranje ali pa stiskanje podatkov.

Naloga zahteva, da poiščemo vrstni red, v katerem bo Peter obiskal nabiralnike (vozlišča). To pomeni, da vozlišča uredimo v vrsto, tako, da vse puščice kažejo naprej (tako je narisan tudi naš graf na zgornji sliki). Temu rečemo *topološko urejanje* usmerjenega acikličnega grafa.

Izgubljene ocene

6. do 9. razred

Med šolskim letom so učenci pisali štiri proste spise. Učiteljica je vsak spis ocenila s točkami od 0 do 10. Točke si je zapisala v tabelo na listu papirja, zraven pa pripisala tudi skupno število točk za vsakega učenca in za vsak spis.

Danes zjutraj pa je po nerodnosti po listu z ocenami polila čaj — nekaj vpisanih točk se je izbrisalo in jih ni več mogoče prebrati.

Učenec	Spis 1	Spis 2	Spis 3	Spis 4	Skupaj
Branko	6			8	23
Darija	5		2		
Oto		9		10	36
Zlata	8	5	6	1	20
Skupaj	29	26	20	24	

Koliko točk je dobila Darija za vse štiri spise skupaj?

Rešitev

Darija je za vse štiri spise dobila skupaj 20 točk.

Do rešitve lahko pridemo tako, da po korakih vpišemo vse manjkajoče točke v tabeli, do njih pa pridemo z logičnim razmišljanjem.

Najprej v tabeli poiščemo vrstico (ali stolpec), v kateri manjka ena sama številka. To manjkajočo številko lahko izračunamo iz podanih vsot točk (ali za učenca ali za spise). Najprej poglejmo manjkajoče točke za Otov prvi spis: vsi učenci skupaj so za ta spis dobili 29 točk, učenci brez Ota pa 19 točk (6 + 5 + 8 = 19). Torej je Oto za ta spis dobil 10 točk. Podatek zapišemo v tabelo (v spodnji tabeli je označen z [1], ker smo ga izračunali prvega). Nato po vrsti izračunamo še ostale vrednosti v tabeli.

Učenec	Spis 1	Spis 2	Spis 3	Spis 4	Skupaj
Branko	6	4[5]	5[3]	8	23
Darija	5	8[6]	2	5[4]	20[7]
Oto	10[1]	9	7[2]	10	36
Zlata	8	5	6	1	20
Skupaj	29	26	20	24	

Iz izpolnjene tabele lahko preberemo, da je Darija za vse štiri spise dobila skupaj 20 točk.

Bolj brihtne glave pa so verjetno že ugotovile, da lahko nalogo rešimo tudi bolj enostavno in hitreje. Vsota skupnih točk vseh učencev je enaka vsoti skupnih točk vseh spisov, slednjo pa lahko hitro izračunamo, saj imamo vse podatke: 29 + 26 + 20 + 24 = 99. Torej mora biti tudi vsota skupnih točk vseh učencev 99, zato lahko izračunamo Darijine manjkajoče skupne točke: 99 – 23 – 36 – 20 = 20.

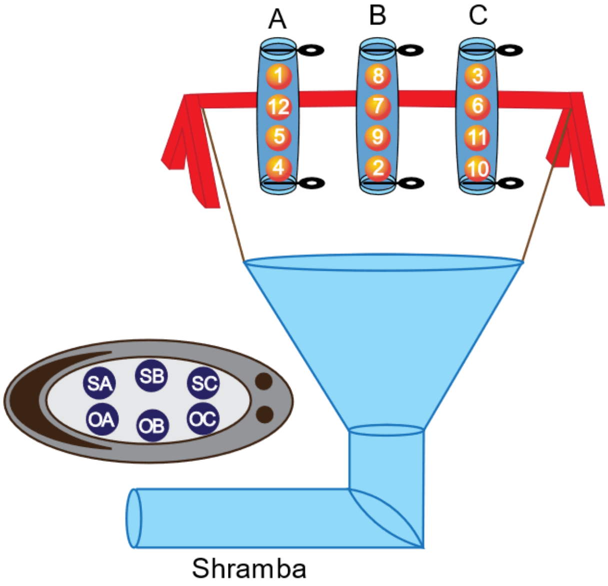
Računalniško ozadje

V nalogi smo skupno vsoto v vsaki vrstici in v vsakem stolpcu uporabili kot *kontrolno vsoto* (angleško *checksum*). Kontrolno vsoto uporabimo za potrditev, da so se podatki pravilno prenesli (na primer preko interneta), pa tudi za obnovitev izgubljenih podatkov (kot v naši nalogi).

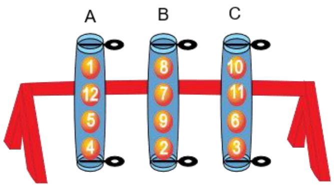
Obračanje cevi

6. do 9. razred

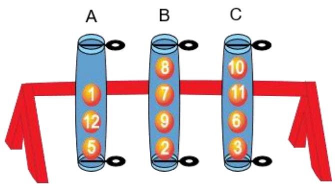
Goran je dobil novo igračo. Igrača je sestavljena iz treh cevi, v katerih so po štiri kroglice. Goran lahko pritisne na 6 različnih gumbov, s katerimi upravlja delovanje igrače. Gumbi OA, OB in OC obrnejo cevi A, B oziroma C za 180°. Gumbi SA, SB in SC spustijo po eno kroglico iz s črko določene cevi. Primer kaže spodnja slika:



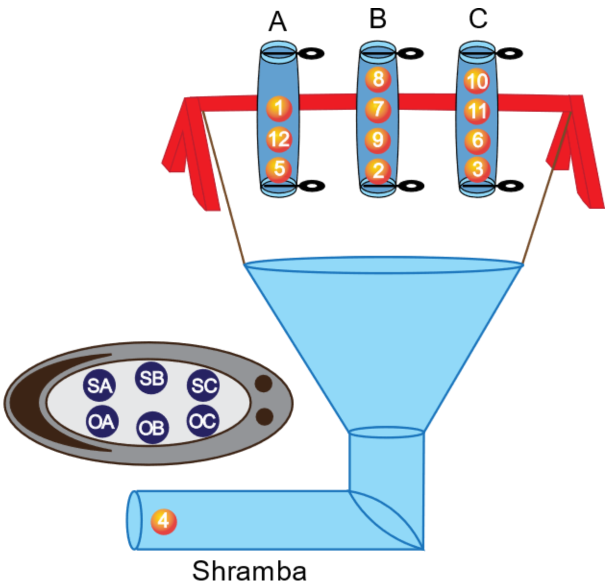
Po kliku na OC (obrni C)



Po kliku na SA (spusti A)



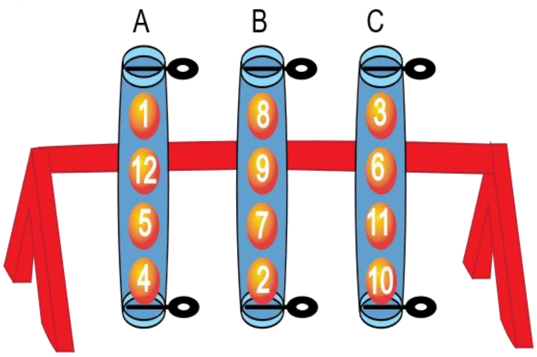
Končno stanje igrače po zaporednih klikih na OC in SA je:



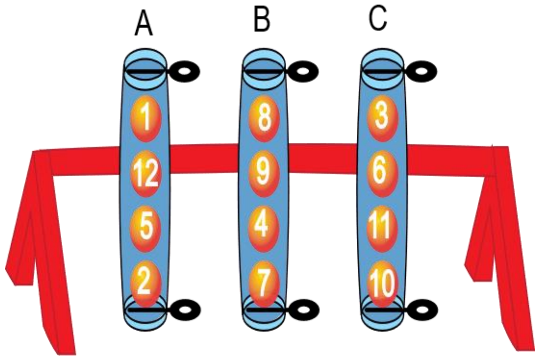
Goranov cilj je premakniti vse kroglice iz cevi v shrambo tako, da bodo postavljene v naraščajočem vrstnem redu, ampak postavitev kroglic v ceveh včasih tega ne omogoča.

Pri kateri od naslednjih postavitev kroglic v ceveh je nemogoče doseči Goranov cilj?

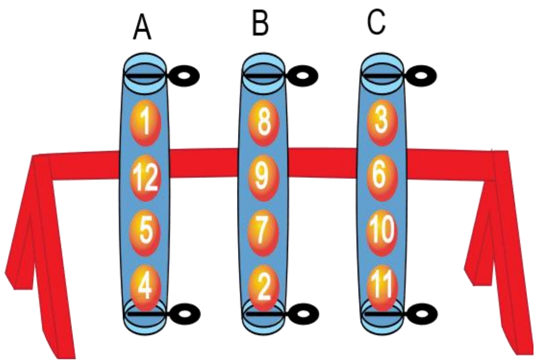
A)



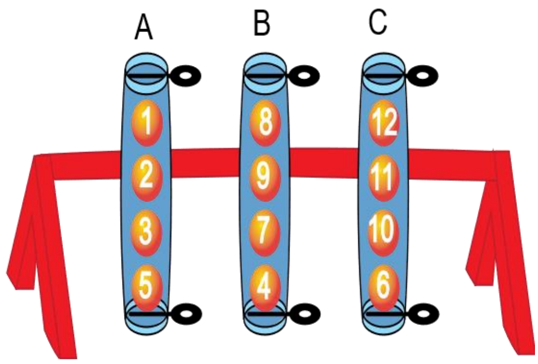
B)



C)

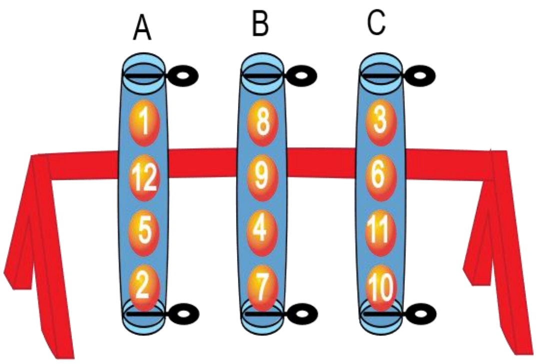


D)



Rešitev

Goran ne more iz cevi spustiti vseh kroglic v naraščajočem vrstnem redu v primeru B:



Pravilen vrstni red spuščenih kroglic je 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12. Ta vrstni red lahko dobimo v primerih A, C in D. Ne pa tudi v primeru B, saj je v tem primeru kroglica s številko 4 ujeta v med kroglici 7 in 9 v cevi B in je zato Goran ne more spustiti na ustrezno mesto v shrambi.

Računalniško ozadje

Cevi predstavljajo podatkovno strukturo vrsta z dvema koncema (angleško deque). Ta podatkovna struktura omogoča, da vanjo shranjujejo podatke na eni ali na drugi strani vrste, prav tako pa lahko iz nje odvzemamo podatke z obeh koncev.

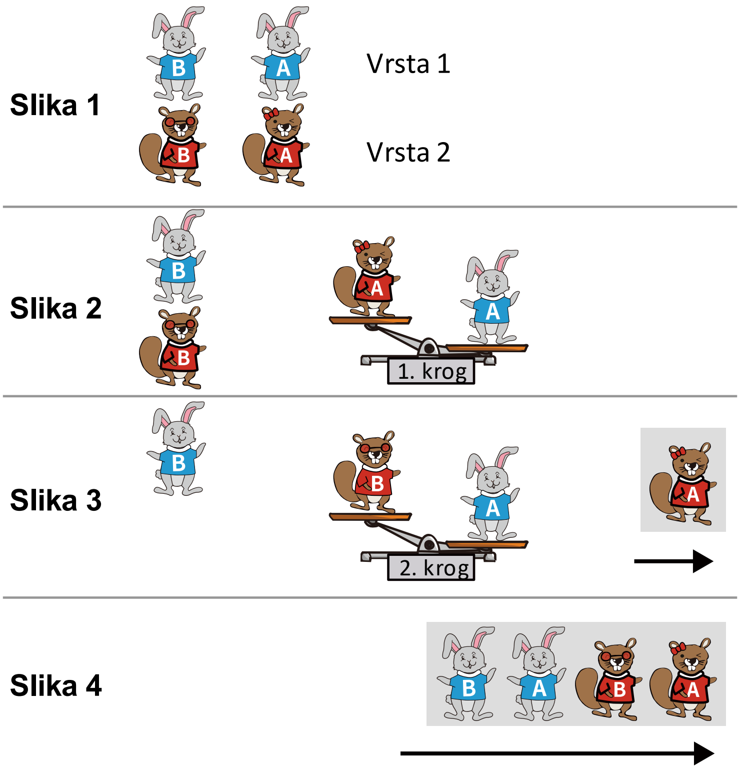
Razvrstitev

6. do 9. razred

Danes je tekmovanje v suvanju krogle, na katerem sodeluje več živalskih ekip. Organizatorji želijo pred začetkom tekmovanja vse tekmovalce (ne glede na ekipo) razvrstiti od najlažjega do najtežjega. Najprej se tekmovalci vsake ekipe razvrstijo v vrsto od najlažjih na desni do najtežjih na levi. Potem se po dve vrsti hkrati združita v eno in to ponavljajo, dokler niso združene vse vrste. Pri združevanju dveh vrst upoštevajo naslednje korake:

1. Prvi tekmovalec v vsaki izmed dveh vrst, ki ju združujejo, se postavi na vsako stran tehtnice.
2. Lažji tekmovalec se postavi na konec združene vrste. Težji tekmovalec ostane na tehtnici, na kateri se mu pridruži naslednji tekmovalec iz vrste, v kateri je bil lažji tekmovalec. Ta korak ponavljajo, dokler ni ena izmed vrst prazna.
3. Preostali tekmovalci iz druge vrste se urejeni po teži priključijo na konec združene vrste.

Spodnja slika prikazuje, kako se združita dve vrsti:



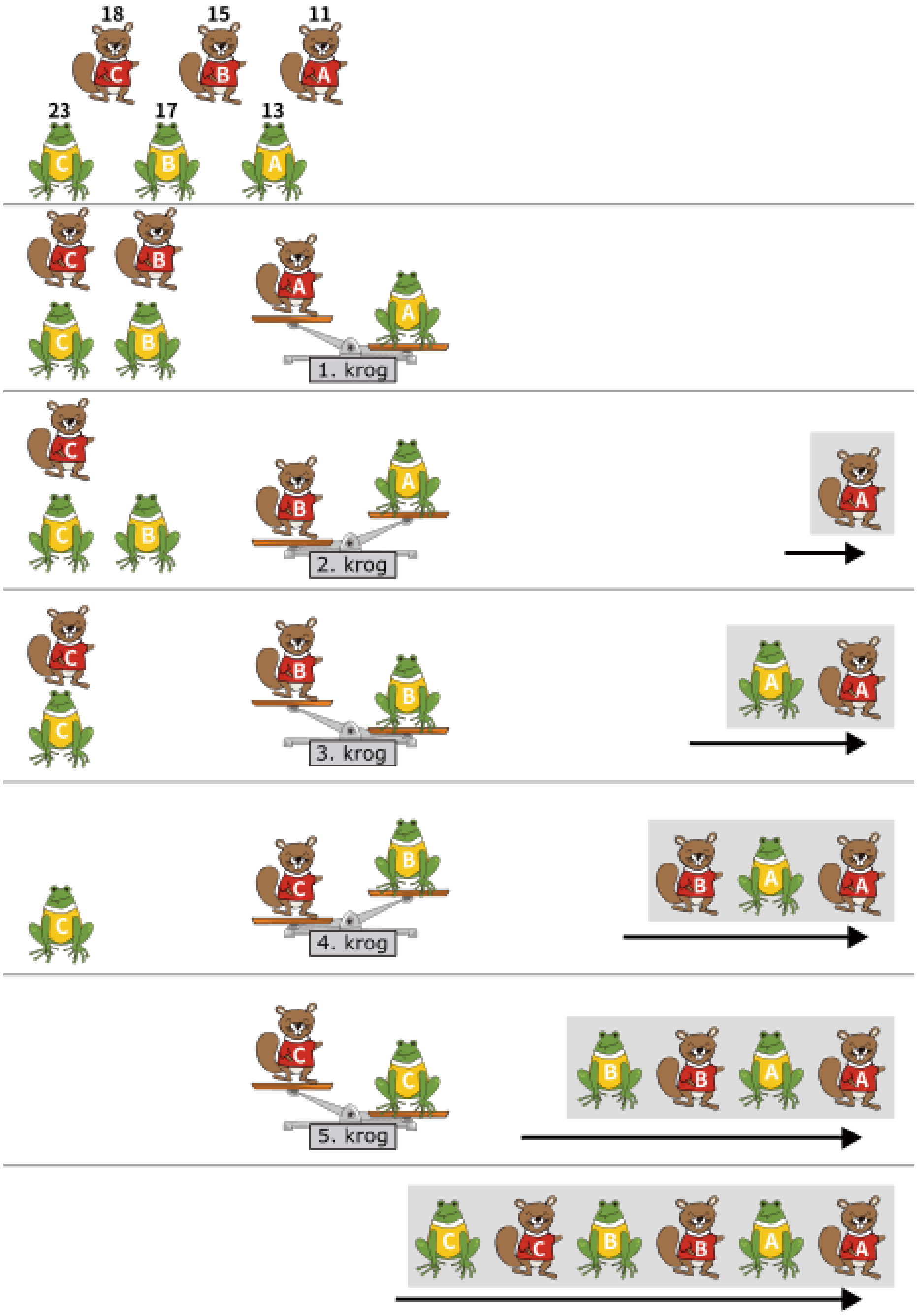
Za združitev teh dveh vrst sta bili potrebni **dve primerjavi** (dve tehtanji).

Na tekmovanje so se prijavile 3 ekipe, v katerih so po 3 tekmovalci. Številka nad tekmovalcem pove, kakšna je njegova teža v kilogramih. Za združevanje katerih dveh vrst bo potrebnih največ primerjav?

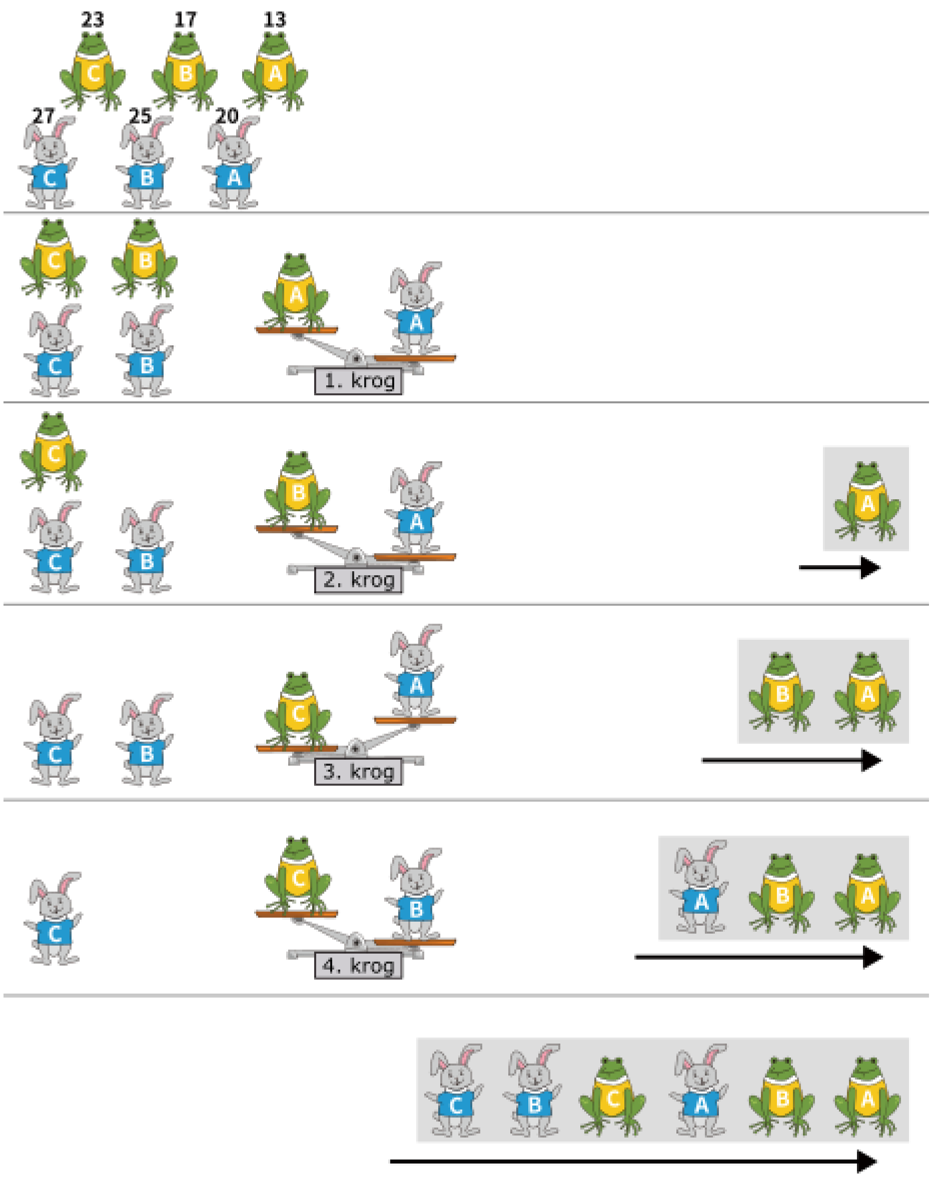
A) Ekipe Bobri in ekipe Žabe.
B) Ekipe Žabe in ekipe Zajci.
C) Ekipe Zajci in ekipe Bobri.
D) Za združevanje katerihkoli dveh ekip potrebujemo enako število primerjav.

Rešitev

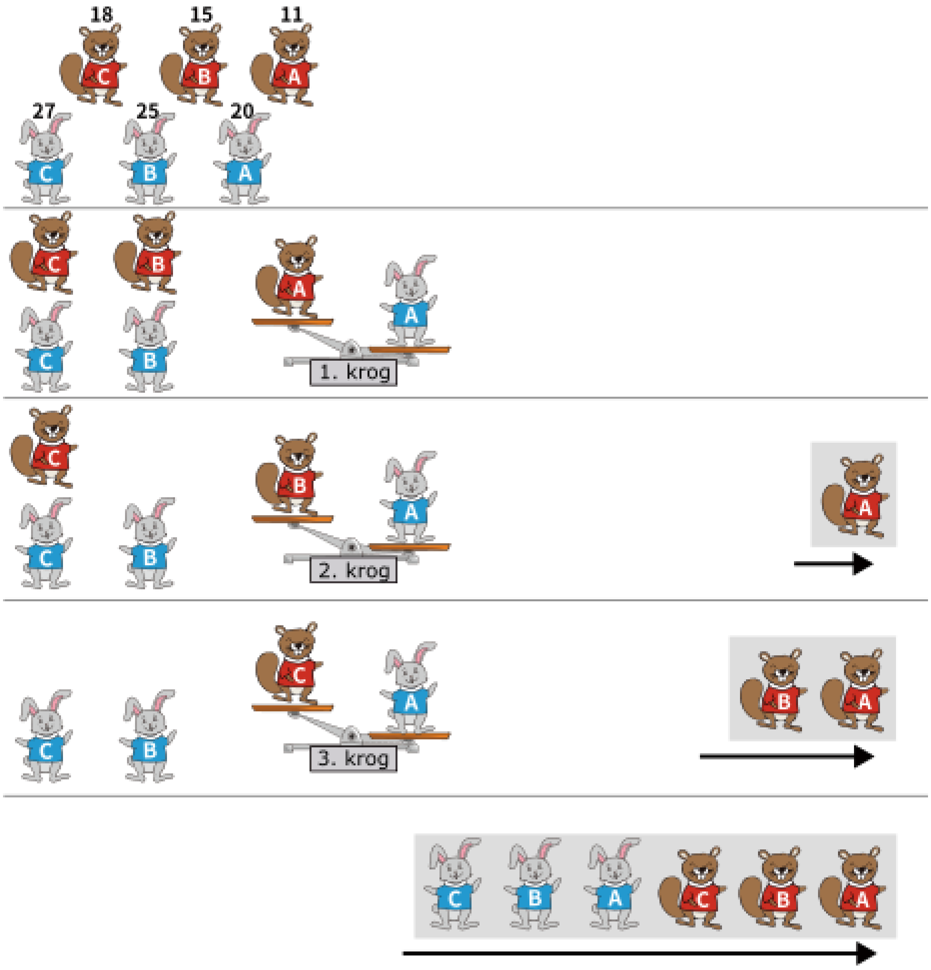
Za združevanje ekipe Bobri in ekipe Žabe je potrebnih 5 primerjav.



Za združevanje ekipe Žabe in ekipe Zajci so potrebne 4 primerjave.



Za združevanje ekipe Zajci in ekipe Bobri so potrebne 3 primerjave.



Pravilen odgovor je A, največ primerjav je potrebnih, če želimo združiti v eno vrsto ekipo Bobri in ekipo Žabe, to je 5.

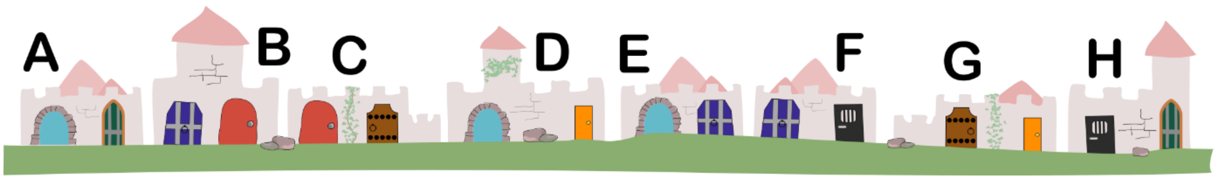
Računalniško ozadje

V ozadju naloge se skriva urejanje z zlivanjem.

Sobe in vrata

6. do 9. razred

V gradu je 8 sob in 6 vrst vrat. Ko iz ene sobe izstopiš skozi vrata, vstopiš v eno izmed sob z isto vrsto vrat. Na primer, iz sobe D lahko skozi oranžna vrata vstopiš v sobo G.

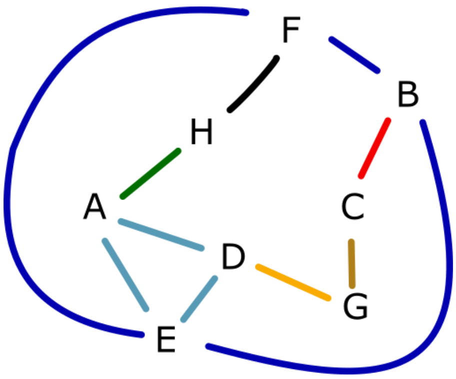


Trenutno smo v sobi A. Skozi najmanj koliko vrat moramo iti, da pridemo v sobo C?

Rešitev

Iti moramo skozi 3 vrat.

Za lažje reševanje naloge si narišemo graf, v katerem so sobe vozlišča, povezave pa vrata. Za večjo preglednost povezave lahko narišemo v barvah vrat, ki povezujejo sobi (vozlišča).



Ko odpremo ena izmed vrat v sobi A, lahko pridemo v sobe E, D ali H. Z naslednjim odpiranjem vrat lahko pridemo v sobo B (iz sobe E), sobo F (iz sobe E ali H) ali v sobo G (iz sobe D). S tretjim odpiranjem vrat iz sobe G lahko pridemo v sobo C, kar je naša naloga. Ker smo že prišli do prave sobe, nam drugih prehodov ni potrebno več pogledati.

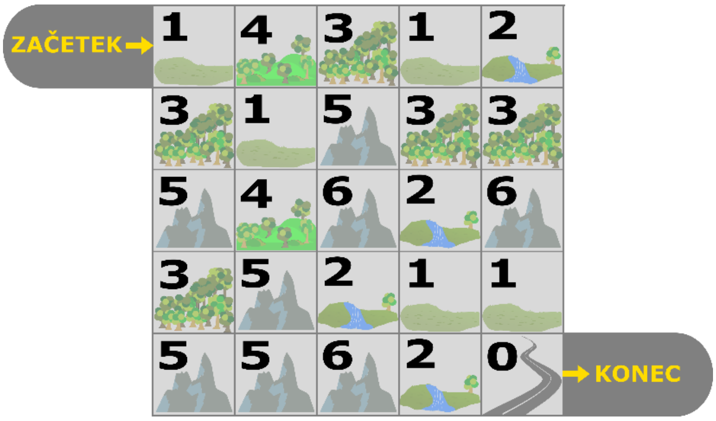
Računalniško ozadje

Nalogo lahko predstavimo z grafom. Barve vrat v nalogi predstavljajo povezave med posameznimi sobami, sobe pa vozlišča. V nalogi tako iščemo najkrajšo pot med dvema vozliščema v grafu.

Namizna igra

6. do 9. razred, srednja šola

Beno igra namizno igro, pri kateri mora priti od začetka do konca po različnih terenih, premika se lahko samo vodoravno in navpično. Na začetku prejme 30 kartic za energijo. Vsakič, ko želi prečkati polje, porabi toliko kartic energije, kolikor je zapisano na polju.



Beno izbere pot, po kateri porabi najmanj energije. Koliko kartic energije mu je **ostalo** na koncu igre?

Rešitev

Benu ostane 14 kartic energije.

Pot, po kateri je šel Beno z najmanj energije, je sivo osenčena:

Na tej poti porabi 1+4+3+1+3+2+1+1+0 = 16 kartic energije, torej mu jih ostane 30-16 = 14.

Prepričajmo se, da je to res pot, kjer porabi najmanj energije. Na zgornjem zemljevidu smo na vsakem polju z rdečo označili, najmanj koliko energije porabimo, da pridemo do tega polja. Do teh števil pridemo tako, da preverimo polji zgoraj in levo, s katerih smo lahko prišli, in izberemo tistega, ki ima manjšo rdečo številko. To nakažemo z rdečo puščico in si tako označimo optimalno pot. Nato dodamo še količino energije, ki jo potrebujemo za prečkanje tega polja.

Ko smo označili vsa polja z rdečimi številkami in pot do njih, gremo od cilja nazaj po optimalni poti (kar smo označili z modrimi puščicami).

Računalniško ozadje

Z računalniškimi programi si pogosto pomagamo tudi pri iskanju najcenejše poti med dvema točkama.

Popravljanje napak

6. do 9. razred, srednja šola

V Bobroviji so telefonske številke sestavljene iz 11 števk. Ker bobri pri zapisovanju številk velikokrat naredijo napako, se pri telefonskih številkah uporablja posebno pravilo, ki omogoča popravek **ene** napake (ene napačno zapisane števke). Zato vse telefonske številke ustrezajo naslednjim zahtevam:

- 8. števka = zadnja števka vsote prvih 7 števk (1. – 7. števka).
- 9. števka = zadnja števka vsote prvih 4 števk (1. – 4. števka).
- 10. števka = zadnja števka vsote 1., 2., 5. in 6. števke.
- 11. števka = zadnja števka vsote 1., 3., 5. in 7. števke.

Tako je na primer številka 12345678046 pravilna telefonska številka, ker ustreza zahtevam:

- 8. števka je 8 (1+2+3+4+5+6+7 = 28)
- 9. števka je 0 (1+2+3+4 = 10)
- 10. števka je 4 (1+2+5+6 = 14)
- 11. števka je 6 (1+3+5+7 = 16)

Nekdo je zapisal telefonsko številko 12312316710 in pri tem naredil **eno** napako. Kakšna je pravilna telefonska številka?

Rešitev

Pravilna telefonska številka je 12315316710.

Do rešitve pridemo tako, da najprej preverimo zadnje štiri števke (6710), če ustrezajo postavljenim zahtevam:

- 8. števka (6) ni pravilna, ker je 1 + 2 + 3 + 1 + 2 + 3 + 1 = 13 (torej bi morala biti 3, če je prvih 7 števk pravilnih),
- 9. števka (7) je pravilna, saj je 1 + 2 + 3 + 1 = 7,
- 10. števka (1) ni pravilna, ker je 1 + 2 + 2 + 3 = 8 (torej bi morala biti 8, če so pravilne 1., 2., 5. in 6. števka),
- 11. števka (0) ni pravilna, ker je 1 + 3 + 2 + 1 = 7 (torej bi morala biti 7, če so pravilne 1., 3., 5. in 7. števka).

Vidimo, da imajo zadnje štiri števke 3 napačne vrednosti, zato napaka na eni sami števki ne more biti na zadnjih štirih mestih. Ker pa so njihove vrednosti izračunane na podlagi prvih sedmih števk, mora biti napaka na eni od prvih sedmih števk (tako nakazuje tudi nepravilna 8. števka, ki jo določa vsota prvih sedmih števk).

Ker je 9. števka pravilna (to pa določa vsota prvih štirih števk), lahko sklepamo, da so tudi prve štiri števke pravilne. Torej mora biti napaka na 5., 6. ali 7. števki.

Če bi bila napaka na sedmi števki, bi bila 11. števka nepravilno izračunana (ker pri vsoti upošteva 7. števko), 10. števka pa bi morala biti pravilna, saj pri njenem izračunu ne nastopa 7. števka. Torej na 7. števki ni napake.

Podobno velja tudi za 6. števko: če bi bila ta napačna, bi bil izračun 10. števke napačen, 11. pa pravilen, saj v tem izračunu 6. števka ne nastopa. Torej tudi na 6. števki ni napake.

Peta števka se upošteva pri izračunu 10. in 11. števke in obe sta nepravilno izračunani. To pomeni, da mora biti napaka na 5. števki.

Sedaj pa še ugotovimo, kakšna je pravilna vrednost 5. števke. Vemo, da je to lahko le število med 0 in 9. Katero, pa ugotovimo s primerjavo vrednosti 8., 10. in 11. števke:

Položaj	Vrednost	Vsota (številke z napako)	Popravljena vsota (se ujema z zapisano števko)	Razlika
8. števka	6	13	16	+3
10. števka	1	8	11	+3
11. števka	0	7	10	+3

Kot vidimo iz tabele, bi morale vse vsote, v katerih nastopa 5. števka, biti za 3 večje. To pomeni, da bi morala biti zapisana 5. števka (2) za 3 večja, torej 5.

Popravljena telefonska številka je tako 1231**5**316710.

Lahko še preverimo zadnje štiri števke, če so za popravljeno telefonsko številko pravilno izračunane:

- 8. števka (6) je pravilna, ker je 1 + 2 + 3 + 1 + **5** + 3 + 1 = 16,
- 9. števka (7) je pravilna, saj je 1 + 2 + 3 + 1 = 7,
- 10. števka (1) je pravilna, ker je 1 + 2 + **5** + 3 = 11,
- 11. števka (0) je pravilna, ker je 1 + 3 + **5** + 1 = 10.

Računalniško ozadje

Za zapisovanje telefonskih številk v nalogi smo uporabili *korekcijski kod*. Vsaki številki smo dodali dodatne štiri števke, s pomočjo katerih lahko ugotovimo in tudi popravimo napako. Če je napaka le na eni števki v številki, imamo dovolj informacij, da napako odkrijemo in jo ustrezno popravimo, ne glede na to, na kateri števki se je pojavila napaka (vključno z zadnjimi štirimi).

Korekcijski kodi se veliko uporabljajo pri prenosu sporočil, predvsem preko šumnih in nezanesljivih kanalov ali kadar v primeru napake ne moremo ponovno poslati sporočila.

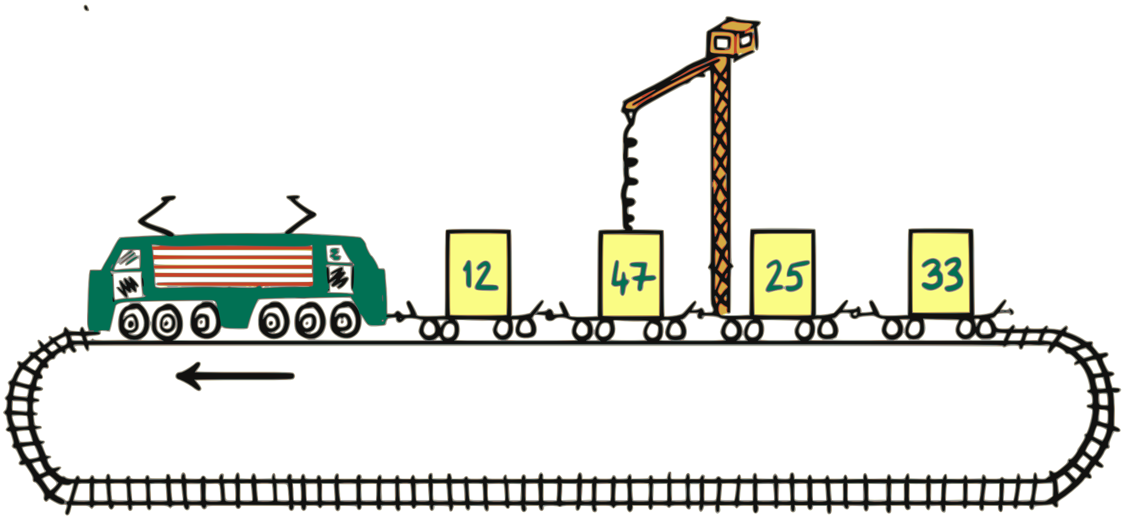
Raztovarjanje

6. do 9. razred, srednja šola

Tovorni vlak ima vagone, na katerih so natovorjeni zabojniki z različno težkim tovorom. Za raztovor uporabljamo samo en žerjav, ki ga ne moremo premakniti. Za premik zabojnika z vlaka mora zabojnik stati pod žerjavom.

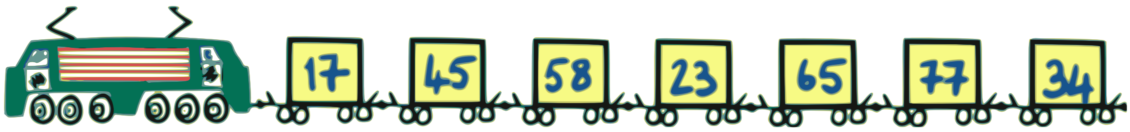
Zabojnike moramo raztovoriti v ustreznem vrstnem redu: od najtežjega do najlažjega. Vlak se lahko premika le naprej. Ker raztovor poteka na krožni progi, lahko vlak zaokroži po progi, da lahko z žerjavom dvignemo naslednji zabojnik.

V spodnjem primeru je na posameznem zabojniku zapisana njegova teža. Zabojnike moramo raztovoriti v naslednjem vrstnem redu: 47, 33, 25, 12. V prvem krogu raztovorimo zabojnika 47 in 33, v drugem krogu zabojnik 25 in v tretjem krogu zabojnik 12.



Za raztovor katerega od naslednjih vlakov bomo potrebovali največ krogov?

A) 

B) 

C) 

D) 

Rešitev

Pravilen odgovor je B.

Za raztovor vlaka A bomo potrebovali 5 krogov: v 1. krogu raztovorimo zabojnik 77, v 2. krogu zabojnik 65, v 3. krogu zabojnik 58, v 4. krogu zabojnika 45 in 34, v 5. krogu pa zabojnika 23 in 17.

Za raztovor vlaka B bomo potrebovali 6 krogov: v 1. krogu bomo z vlaka dvignili zabojnik 77, v 2. krogu zabojnik 65, v 3. krogu zabojnik 58, v 4. krogu zabojnika 45 in 34, v 5. krogu zabojnik 23 in v 6. krogu zabojnik 17.

Za raztovor vlaka C bomo potrebovali 4 kroge: v 1. krogu bomo z vlaka dvignili zabojnik 77, v 2. krogu zabojnika 65 in 58, v 3. krogu zabojnika 45 in 34, v 4. krogu zabojnika 23 in 17.

Za raztovor vlaka D bomo potrebovali 5 krogov: v 1. krogu bomo z vlaka dvignili zabojnik 77, v 2. krogu zabojnik 65, v 3. krogu zabojnika 58 in 45, v 4. krogu zabojnik 34, v 5. krogu pa zabojnika 23 in 17.

Računalniško ozadje

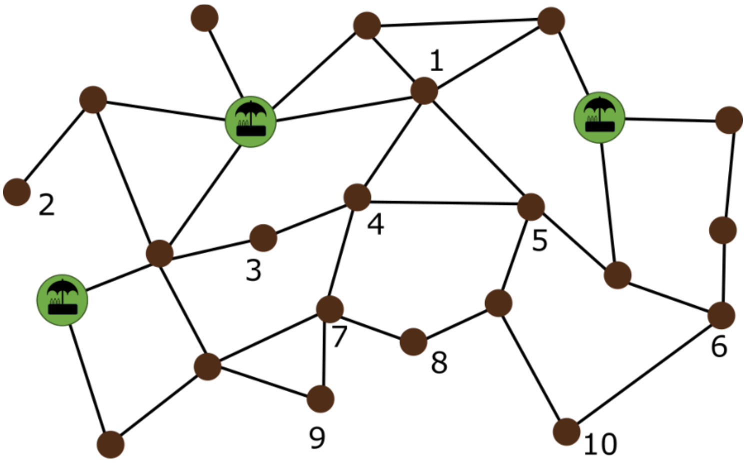
Podobno kot pri raztovarjanju vlaka, računalnik išče podatke na trdem disku. Če so podatki, ki jih potrebuje, zapisani na različnih delih diska, mora tega zavrteti, da lahko preberi ustrezne podatke. Kolikokrat bi moral zavrteti trdi disk, da bi lahko prebral zaporedje podatkov, ki jih potrebuje, je odvisno od tega, kje so podatki shranjeni.

Stojnice s pijačo

6. do 9. razred, srednja šola

Ker so poleti v Bobermestu temperature zelo visoke, se je župan odločil, da bodo na nekaterih križiščih v mestu postavili stojnice z osvežilno pijačo. Križišča za stojnice so izbrali tako, da lahko meščani s katerega koli križišča v mestu pridejo do stojnice po največ dveh ulicah.

Na spodnji sliki vidimo zemljevid mesta. Rjave točke označujejo križišča,  pa stojnice, ki so jih že postavili.

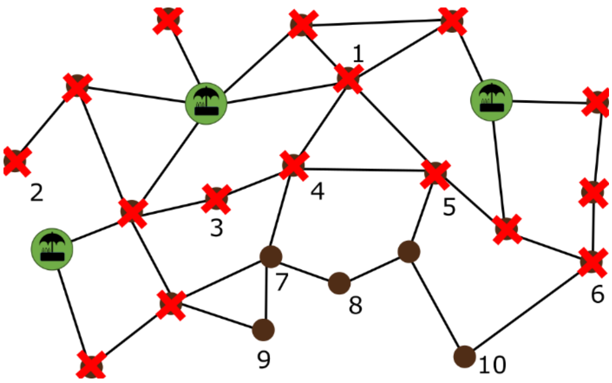


Na katero križišče naj postavijo še zadnjo stojnico, da bo lahko vsak meščan do pijače prišel po največ dveh ulicah?

Rešitev

Stojnico bodo postavili na križišču 8.

Da najdemo ustrezno križišče, lahko začnemo z izločanjem križišč, s katerih lahko od stojnic pridemo po dveh ulicah:



Sedaj je ostalo še 5 križišč. Ker sta križišči 9 in 10 oddaljeni 4 ulice, morajo stojnico gotovo postaviti na sredino – to je križišče 8.

Računalniško ozadje

Zemljevid v nalogi je prikazan z grafom. Graf se pogosto uporablja za prikazovanje poti med posameznimi mesti.

Košara z jabolki

8. in 9. razred, srednja šola

Na neki stojnici na tržnici se je skupina branjevk trudila, da bi bilo v košari ves čas natanko 10 jabolk. Ko katera od branjevk pogleda v košaro, prešteje jabolka.

- Če v košari vidi manj kot 10 jabolk, v košaro doda 1 jabolko.
- Če v košari vidi več kot 10 jabolk, iz košare 1 jabolko vzame.
- Če je v košari natanko 10 jabolk, ne stori ničesar.

Vsaka branjevka prešteje jabolka v košari v trenutku, vzame ali doda jabolko pa 5 sekund po štetju.

Ker imajo veliko dela, se branjevke med sabo ne pogovarjajo.

Ko začnemo opazovati dogajanje, je v košari 9 jabolk. V tabeli je prikazano, kdaj po začetku opazovanja je vsaka od šestih branjevk pogledala v košaro.

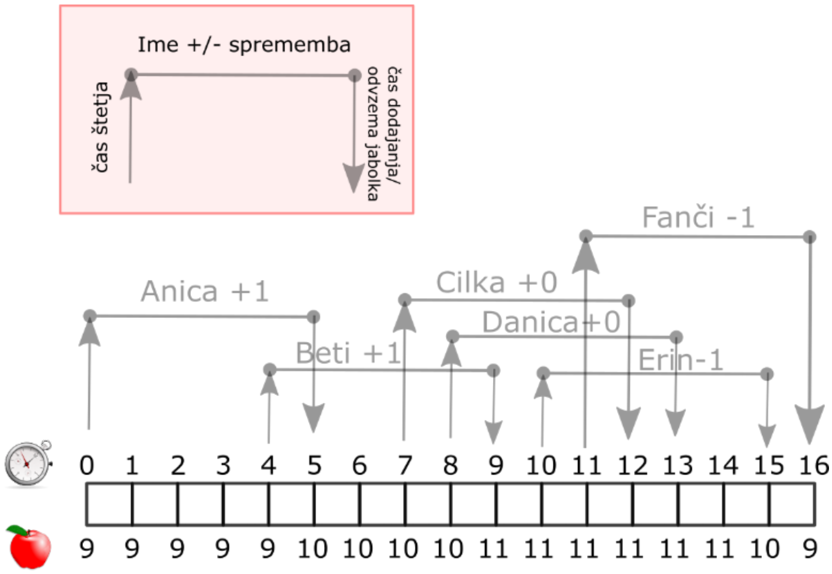
Čas	Branjevka
0 sekund	Anica
4 sekunde	Beti
7 sekund	Cilka
8 sekund	Danica
10 sekund	Erin
11 sekund	Fanči

Koliko jabolk je v košari, ko je vseh šest branjevk popravilo stanje?

Rešitev

Ko je vseh šest branjevk popravilo stanje, je bilo v košari 9 jabolk.

Za sledenje, kaj se dogaja z jabolki v košari, si lahko narišemo časovno os. Označimo si, kdaj katera od branjevk prešteje jabolka v košari, kaj bo naredila ter kdaj bo to naredila. Ko Anica pogleda v košaro, je v njej 9 jabolk, zato bo v košaro dodala eno jabolko. A dodala ga bo šele 5 sekund kasneje. Medtem ko Anica išče jabolko, v košaro pogleda Beti – tudi ona prešteje le 9 jabolk, zato enega 9 sekund po začetku doda. Cilka in Danica pogledata v košaro po tem, ko je enega dodala Anica in preden je enega dodala Beti, torej je v košari natanko 10 jabolk, zato ne storita ničesar. Sekundo po tem, ko je svoje jabolko dodala tudi Beti (torej je bilo v košari 11 jabolk), je vanjo pogledala Erin. Zato Erin eno jabolko vzame iz košare. A še preden to stori, v košaro pogleda tudi Fanči, ki prav tako eno jabolko vzame. Na koncu je torej 9 jabolk.



Računalniško ozadje

Ko računalnik navidezno izvaja več procesov hkrati, v resnici s pomočjo razvrščevalnika preklaplja med procesi. Iz tega razloga bi lahko različni procesi dostopali do istih podatkov izmenično in jih tako tudi spreminjali ali brali. Če procesor proces prekine po branju in pred spreminjanjem podatka, lahko naslednji proces naleti na še zastarel podatek.

Ogamska pisava

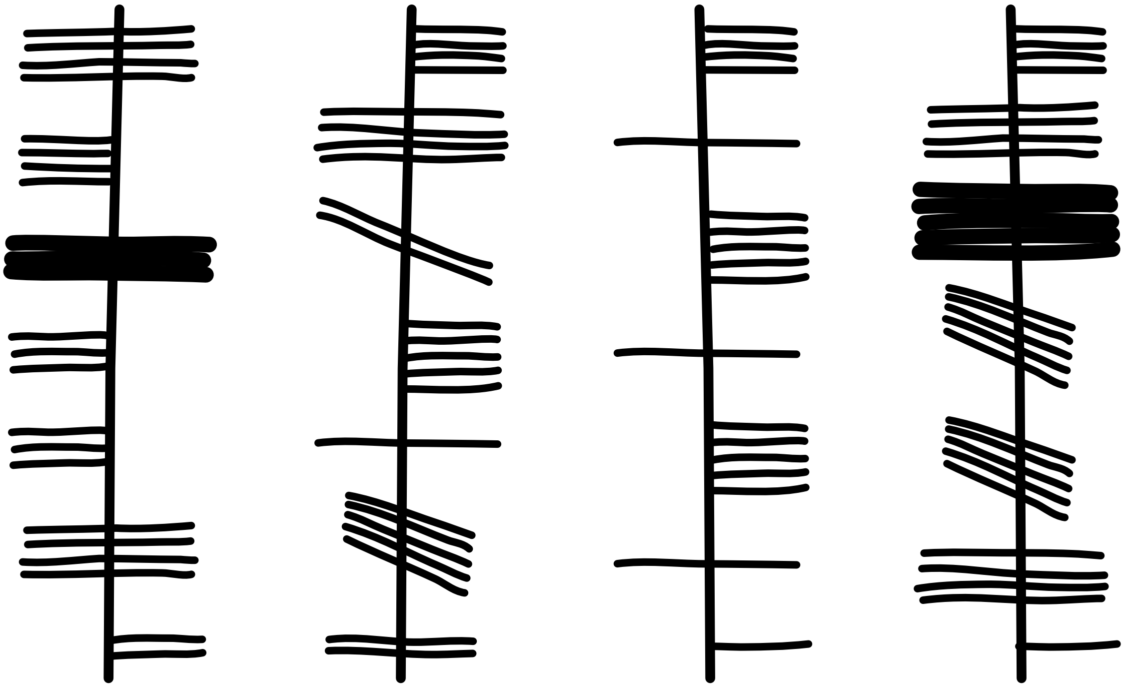
8. in 9. razred, srednja šola

V šoli sta se Ruairi in Eabha učila o starodavni irski pisavi, imenovani ogamska pisava. Ta vsebuje črke, ki jih predstavljajo skupine črt. Različne črke so ločene z večjimi presledki.

Eabha je uporabila ogamsko pisavo za zapis besed, ki jih je poslala svojemu prijatelju Ruairiju. Napisala je štiri angleške besede in povedala Ruairiju, da so to besede BANANAS, BERRIES, ORANGES in LETTUCE.

Spodaj so slike teh štirih besed, zapisanih z ogamsko pisavo. Na kateri sliki je beseda ORANGES?

A) B) C) D)



Rešitev

Beseda, ki se skriva pod A, je LETTUCE.

Beseda, ki se skriva pod B, je ORANGES – to je tudi naša iskana beseda.

Beseda, ki se skriva pod C, je BANANAS.

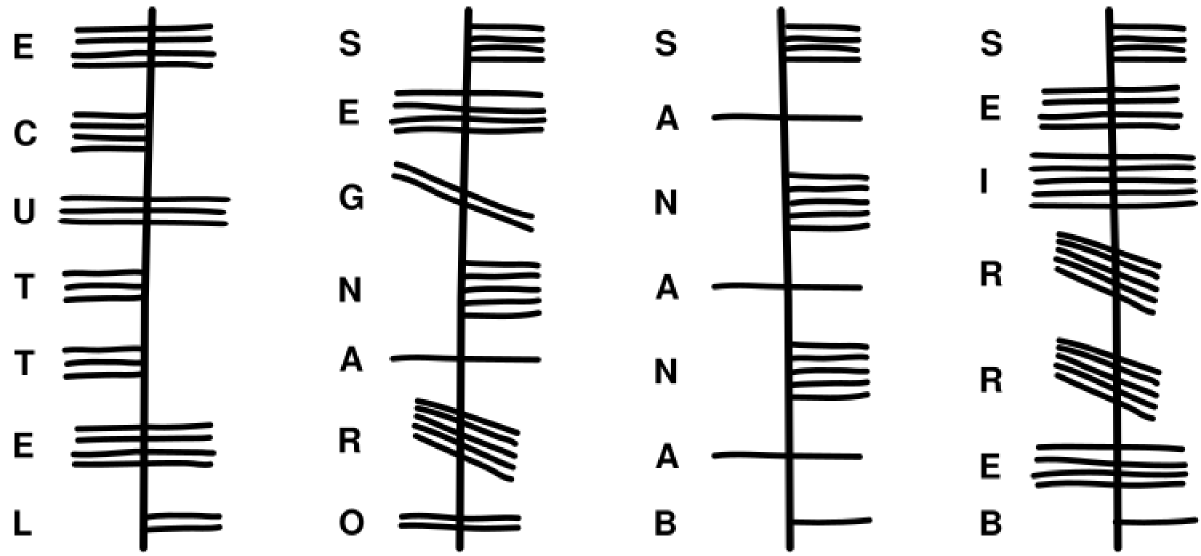
Beseda, ki se skriva pod D, je BERRIES.

Obstaja več načinov, kako lahko ugotovimo, katera beseda je katera. Prva možnost je, da opazimo, da se 2 besedi začneta z enako črko, tri pa končajo z enako črko, tako da mora biti zagotovo spodnja črka v ogramski pisavi prva črka posamezne besede, zgornja črka pa zadnja črka.

Ker se dve besedi začneta z B, sta to besedi pod C in D. Zadnja črka S pa se nahaja pri obeh besedah na B in besedi ORANGES, ki jo iščemo. Tako lahko z izločanjem opazimo, da je pravilen odgovor B.

Drugi način je, da se črka R pojavi le v dveh besedah: ORANGES in BERRIES. Če upoštevamo še, na katerih mestih se črka R pojavi (v besedi ORANGES na 2. mestu in v besedi BERRIES na 3. in 4. mestu), lahko tudi tako sklepamo, da je beseda ORANGES zapisana v odgovoru B.

Takole lahko poleg besed v ogramski pisavi zapišemo še pripadajoče črke v angleški abecedi:



Računalniško ozadje

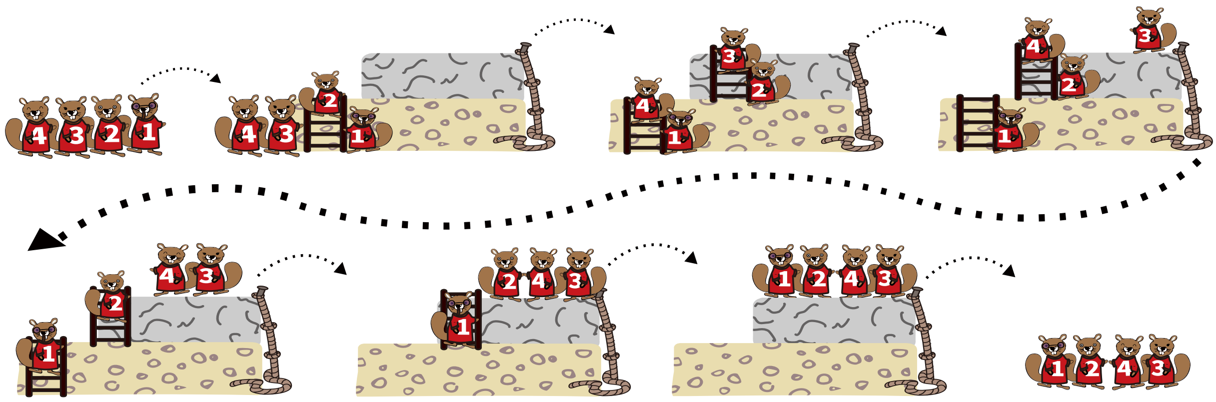
Naloga od vas zahteva, da z analizo besed razvozlate njihov pomen. S tem se ukvarjajo kriptoanalitiki. Ti s pomočjo besed, za katere pričakujejo, da se bodo pojavile v besedilu, poskušajo razvozlati skrita sporočila v kodi.

Plezanje

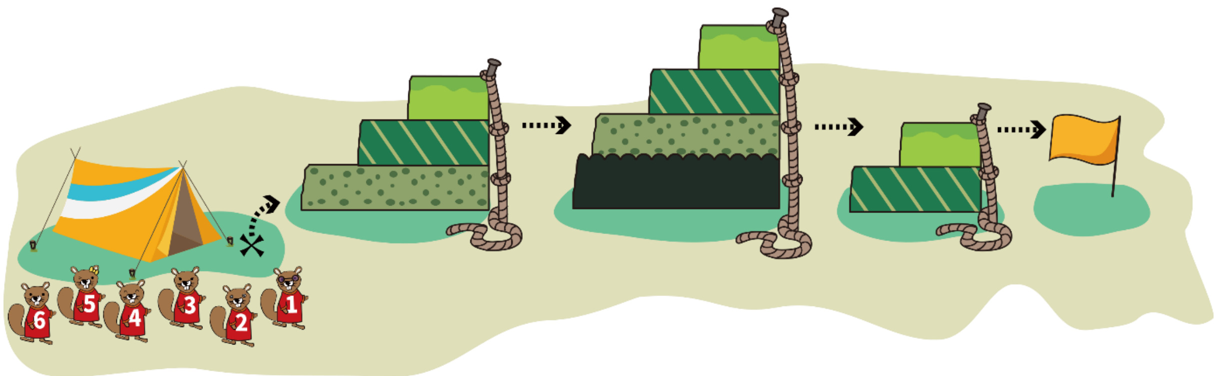
8. in 9. razred, srednja šola

Bobri vadijo plezanje po strmem hribu za prihajajoči planinski izlet. Bobri hodijo v vrsti drug za drugim in vsi nosijo lestve. Ko dosežejo strm vzpon, sprednji bober postavi lestev in jo drži, da lahko drugi splezajo po njej. Vsi bobri, ki držijo lestve, počakajo, da ostali bobri priplezajo na vrh hriba. Nato vsak bober, ki je držal svojo lestev, po njej spleza še sam na naslednjo višino in lestev pospravi. Na ta način plezajo, dokler ne dosežejo vrha hriba in se vsak bober ponovno ne priključi vrsti, tako da se postavi na njen konec. Ko vsi zaključijo z vzponom na hrib, se spustijo po vrvi in pri tem ohranijo vrstni red.

Spodnja slika prikazuje štiri bobre, ki se vzpenjajo na hrib. Vznožje hriba dosežejo v vrstnem redu 1234. Bober 1 postavi svojo lestev in jo drži. Bober 2 spleza po lestvi prvi in postavi svojo lestev pri drugem strmejšem vzponu. Nato bobra 3 in 4 splezata po obeh lestvah na vrh hriba. Potem splezata po svojih lestvah bobra 2 in 1 (v tem vrstnem redu) in se pridružita bobroma 3 in 4 na vrhu hriba. Vrstni red bobrov na vrhu je 3421 in tak je tudi vrstni red po spustu z vrvjo.



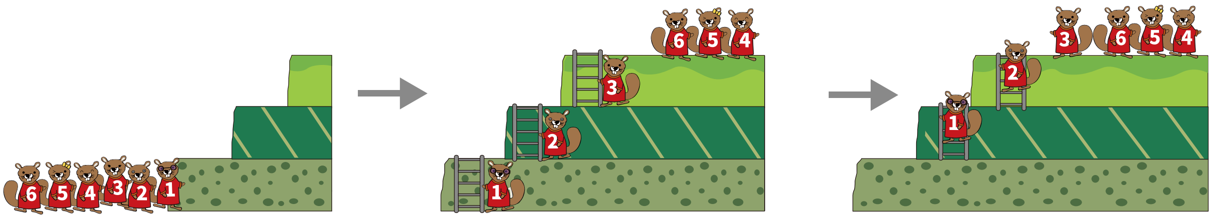
Na planinski izlet se odpravi 6 bobrov. Hribi, ki jih bodo prehodili, so prikazani na spodnji sliki. V kakšnem vrstnem redu bodo prišli na cilj, označen z rumeno zastavico?



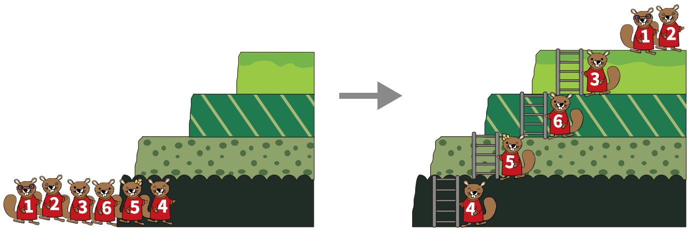
Rešitev

Pravilen odgovor je 365412.

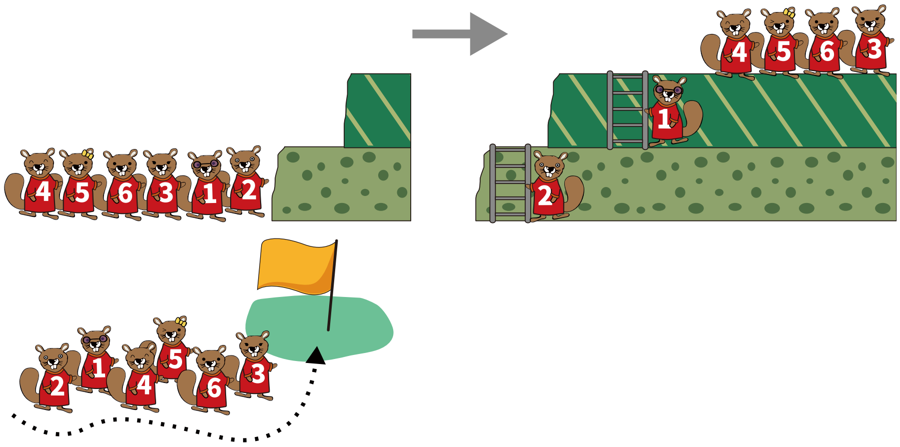
Bobri najprej stojijo v vrstnem redu 123456. Nato pridejo do prvega hriba, ki ima tri vzpone. Bober 1 drži lestev na prvem vzponu, bober 2 na drugem vzponu in bober 3 na tretjem vzponu. Prvi na vrhu so bobri 456, nato se jim pridružijo še bobri 321, tako da je na vrhu prvega hriba vrstni red 456321.



V tem vrstnem redu pridejo do vznožja drugega hriba, ki ima štiri vzpone. Na prvem vzponu drži lestev bober 4, na drugega bober 5, na tretjem bober 6 in na četrtem bober 3. Prva na vrhu sta bober 2 in 1. Nato za njima pridejo še bobri 3, 6, 5 in 4. Tako je na vrhu drugega hriba vrstni red 213654.



V tem vrstnem redu prispejo do tretjega hriba, ki ima dva vzpona. Na prvem vzponu drži lestev bober 2, na drugem vzponu pa bober 1. Najprej pridejo na vrh bobri 3654, nato pa se jim pridružita še bobra 1 in 2. Do cilja pridejo v vrstnem redu 365412.



Računalniško ozadje

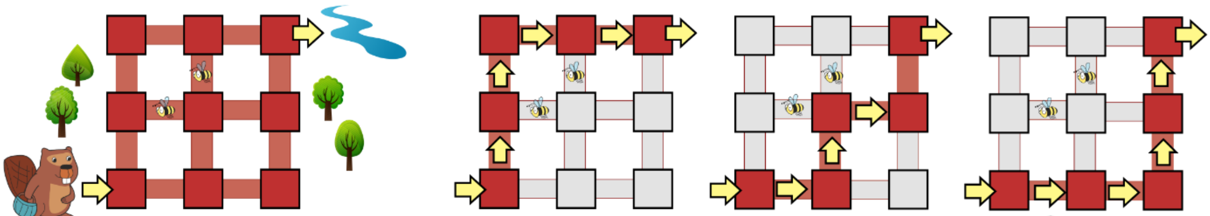
Pri plezanju na hribe bobri uporabljajo koncept sklada in koncept vrste. Sklad uporabljajo za postavljanje lestev, vrsto pa za pohod preostalih bobrov na vrh hriba.

Poti skozi gozd

8. in 9. razred, srednja šola

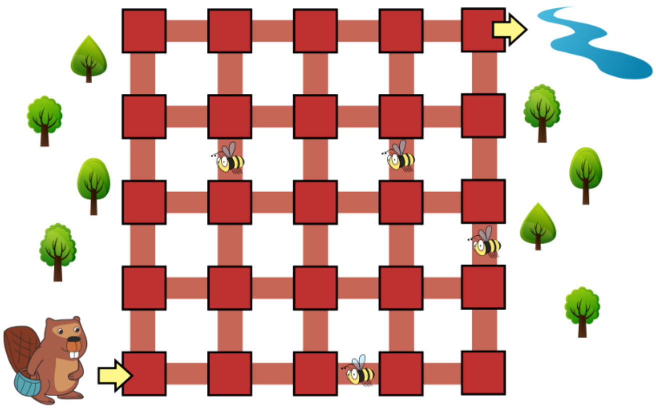
Bober Blaž se rad sprehaja skozi gozd. Vedno začne v levem kotu spodaj in konča v desnem kotu zgoraj pri čudovitem slapu ter se vedno premika samo gor ali desno. Da ga ne bi popikale, se na poti vedno izogne čebelam.

Ker se hitro zdolgočasi, rad izbira različne poti. Hitro je ugotovil, da so v njegovem gozdu natanko 3 različne poti.



1. pot 2. pot 3. pot

Med novoletnimi počitnicami je Blaž obiskal prijatelja Gašperja, ki živi v večjem gozdu. Koliko različnih poti lahko prehodi Blaž v Gašperjevem gozdu?



Rešitev

Vseh poti do slapu v Gašperjevem gozdu je 32.

Lahko bi si narisali in prešteli vse možne poti od začetka do slapu. A to je lahko zamudno in se kaj hitro zmotimo. Zato bomo ubrali drugačno pot reševanja. Začeli bomo pri slapu in na vsakem polju ugotavljali, koliko različnih poti je od tega polja do slapu.

Narišemo si mrežo 5x5 in z rdečimi črtami označimo, med katerima poljema ne moremo prehajati zaradi čebel.

1	1	1	1	1
5	4	3	2	1
9	4	4	1	1
18	9	5	1	0
32	14	5	1	0

V desnem kotu zgoraj imamo samo 1 pot do slapu (desno). Ker se lahko v prvi vrstici pomikamo samo v desno, imamo 1 možno pot v celotni prvi vrstici. Enako velja v petem stolpcu v prvih treh vrsticah, saj se lahko pomikamo samo navzgor. V četrti in peti vrstici zadnjega stolpca imamo 0 možnih poti, saj od teh dveh celic zaradi čebel ne moremo priti do slapu.

Preverimo sedaj polje (2, 4) – to je druga vrstica, četrti stolpec. S tega polja gremo lahko navzgor, od koder imamo še eno pot do slapu, ali pa desno, od koder imamo tudi eno možno pot. Torej imamo iz tega polja 2 možni poti do slapu. Naprej si oglejmo polje (2, 3). Če gremo s tega polja gor, imamo naprej 1 možno pot. Če pa gremo s tega polja desno, imamo naprej 2 možni poti. Torej skupaj 3 možne poti.

Torej za vsako polje velja, da je od tega polja dalje število možnih poti ravno vsota možnih poti polja zgoraj in polja desno od njega. Ko nadaljujemo z računanjem, na prvem polju dobimo 32 možnih poti, kar je naš odgovor.

Računalniško ozadje

V nalogi iščemo vse možne poti, pri čemer moramo upoštevati vse postavljene omejitve. Podobno nalogo rešuje program za navigacijo, ko dobi podatke o zaprtih cestah.

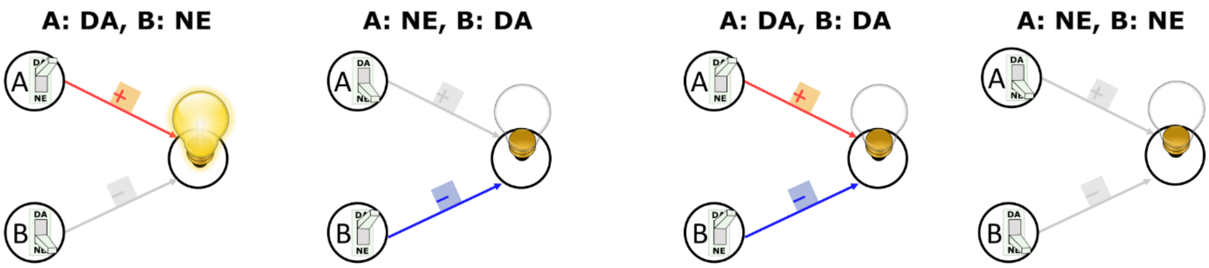
Detektor (ne)strinjanja

srednja šola

Ana in Bor sta se lotila izdelave zapletene naprave za ugotavljanje (ne)strinjanja. Naprava naj bi delovala takole: Ana in Bor vsak s svojim stikalom podata odgovor na vprašanje (DA ali NE) in v napravi zasveti lučka samo v primeru, ko se Anin in Borov odgovor na vprašanje ne ujemata (torej se pri odgovoru ne strinjata).

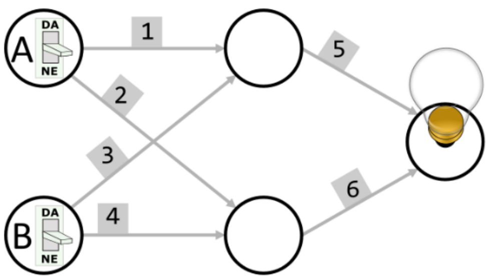
Najprej sta Ana in Bor sestavila začetno napravo s pomočjo naslednjih materialov in navodil:

Materiali	**Obnašanje**
- Vhodni enoti A in B, katerih stanje se nadzoruje s stikalom DA/NE. - Izhodna enota z lučko in stanjem, ki je odvisno od njenih vhodnih signalov. - Žice za pozitivne signale. - Žice za negativne signale.	- Dve enoti lahko povežemo z žico (ali za pozitivne (+) ali za negativne (-) signale). - Če je enota v stanju NE, ne pošlje signala. - Če je enota v stanju DA, pošlje signal po vseh žicah, ki vodijo iz nje. - Lučka zasveti, če je stanje izhodne enote DA. Sicer ne sveti. Stanje izhodne enote je: - DA, če prejme več pozitivnih kot negativnih signalov. - Sicer je stanje NE, vključno s primerom, ko ne prejme nobenega signala.



Delovanje začetne naprave prikazuje zgornja slika. Ana in Bor sta hitro ugotovila, da naprava zasveti le v primeru, ko je A v stanju DA, B pa v stanju NE. Za pravilno delovanje pa bi morala naprava zasvetiti tudi v primeru, ko je A v stanju NE in B v stanju DA.

Zato sta v napravo vstavila še dve vmesni enoti, v vsako od njiju vodita po dve žici (glej sliko na desni). Vmesna enota se obnaša podobno kot izhodna enota: lahko je v enem od obeh stanj, DA ali NE, odvisno od njenih vhodov. Zdaj pa morata Ana in Bor le še določiti, katere žice morajo pošiljati pozitivni in katere negativni signal. Katere žice (pozitivne ali negativne) morajo biti na mestih 1, 3 in 5, da bo naprava pravilno delovala?



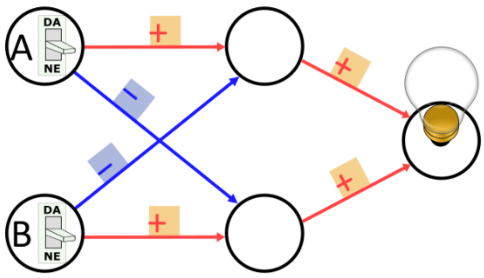
A) 1+, 3+, 5+ B) 1-, 3-, 5- C) 1+, 3-, 5+
D) 1-, 3+, 5- E) 1+, 3+, 5- F) 1-, 3-, 5+

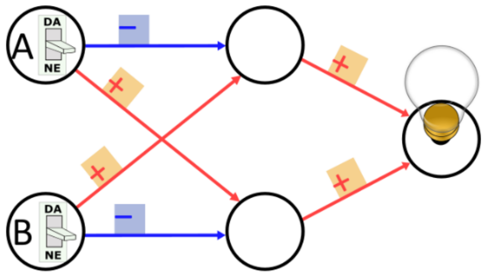
Rešitev

Med ponujenimi rešitvami, je pravilna le rešitev C) 1+, 3-, 5+, sicer pa sta možni dve rešitvi: 1+, 3-, 5+ ali 1-, 3+, 5+.

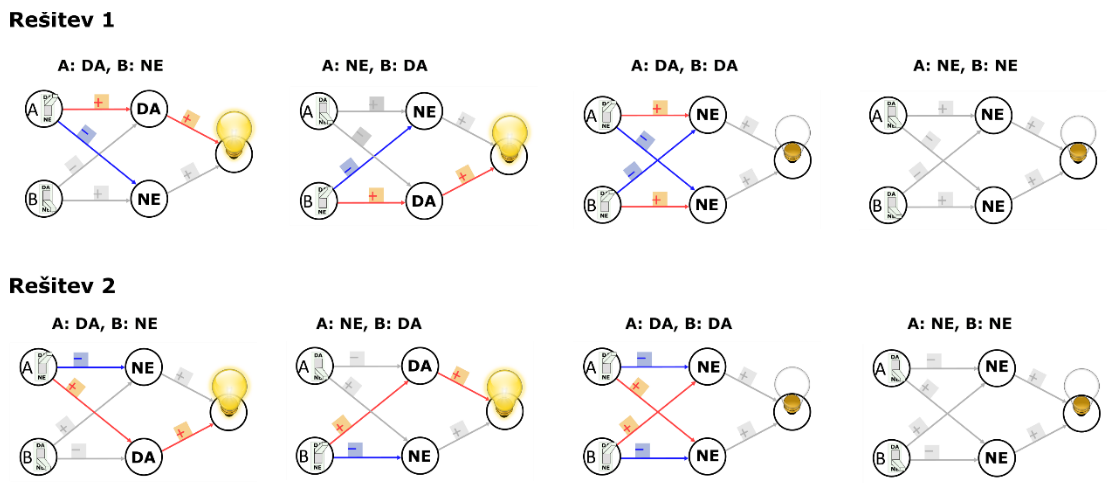
Obe vmesni enoti morata delovati tako, da vsaka ugotovi eno vrsto nestrinjanja. Ena vmesna enota mora biti v stanju DA, ko je A v stanju DA, B pa v stanju NE. Druga vmesna enota pa mora biti v stanju DA, ko je A v stanju NE in B v stanju DA. Če je katera koli od vmesnih enot v stanju DA, mora nastaviti tudi stanje izhodne enote na DA, da lahko zasveti lučka. Zato morata žici 5 in 6 obe pošiljati pozitivni signal, saj le pozitivni signal lahko postavi enoto v stanje DA.

Za par žic, ki vodi v vmesno enoto, pa velja, da mora biti ena žica pozitivna, druga pa negativna (kot je to pri začetni napravi). Poleg tega pa morata biti žici, ki sporočata stanje vhodne enote v obe vmesni enoti, tudi različni. Zato imamo dve možni rešitvi:





Preverimo še delovanje obeh rešitev pri vseh štirih kombinacijah vhodnih stikal. Vsa možna stanja prikazujejo spodnje slike, na katerih so označena stanja vmesnih enot, poslani pozitivni signali (+) so rdeči, poslani negativni (-) signali so modri, sive pa so tiste žice, ki ne pošiljajo signala.



Računalniško ozadje

Pri gradnji detektorja nestrinjanja smo kot vhod vzeli dve DA/NE vrednosti in na izhodu dobili DA, če in samo če sta bili obe vhodni vrednosti različni. Taki funkciji rečemo *izključujoči ALI* (angleško *exclusive OR*) ali krajše XOR. Operator XOR je logični operator, ti pa so osnova večine današnjih računalnikov.

Mreža DA/NE enot, ki smo jo sestavili v nalogi, je poenostavljen *večnivojski perceptron* (angleško *multilayer perceptron* ali MLP), ki je najbolj osnoven model umetne nevronske mreže. Pri perceptronu so vse povezave usmerjene naprej. V splošnem pri nevronskih mrežah povezave niso le pozitivne in negativne (kot v naši nalogi), temveč jih določajo uteži, ki pa jih ne nastavimo ročno, ampak se izračunajo v procesu učenja mreže.

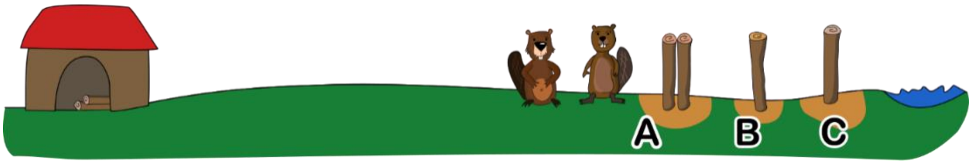
Nevronske mreže se navadno uporabljajo v umetni inteligenci, na primer pri razpoznavanju objektov na slikah.

Hlodi

srednja šola

Bobra Andrej in Brane imata dolgočasno nalogo, da preneseta hlode z rečnega brega v skladišče (na sliki levo). Da bi si popestrila nalogo, sta se domislila naslednje igre: hlode bosta nosila izmenično. Kdor je na vrsti, vzame enega izmed hlodov in ga nese proti skladišču, dokler ne naleti na drug hlod ali pa pride do skladišča. Kdor prenese v skladišče zadnji hlod, izgubi igro.

Za bobra lahko rečemo, da ima zmagovalno strategijo, če obstaja tak način igranja, da vedno zmaga, ne glede na to, kako igra njegov nasprotnik.



Danes morata bobra odnesti v skladišče hlode, ki so na zgornji sliki. Prvi začne Andrej.

Katera od navedenih trditev je resnična?

A) Andrej ima zmagovalno strategijo in mora začeti tako, da v skladišče odnese enega od dveh hlodov na mestu A.
B) Andrej ima zmagovalno strategijo in mora začeti tako, da hlod na mestu B odnese do mesta A.
C) Andrej ima zmagovalno strategijo in mora začeti tako, da hlod na mestu C odnese do mesta B.
D) Nobena od navedenih Andrejevih strategij igranja ni zmagovalna strategija.

Rešitev

Pravilen odgovor je B: Andrejeva zmagovalna strategija je, da najprej prenese hlod z mesta B na mesto A.

Z izrazom »pozicija« poimenujmo zaporedje števil, ki določajo (z leve proti desni), koliko hlodov je v vsaki skupini izven skladišča, gledano od skladišču najbližje do najbolj oddaljene skupine. Vsak korak igre spremeni tudi pozicijo, ki tako opisuje trenutno stanje igre. Pri tem ni možen premik nazaj na predhodno pozicijo.

V našem primeru je začetna pozicija predstavljena z zaporedjem 211 (ker imamo le štiri hlode, smo lahko zapis poenostavili in med števili ne uporabimo ločil).

Če Andrej prenese hlod z mesta B do obeh hlodov na mestu A (odgovor B), dobimo novo pozicijo 31. Igra se lahko nadaljuje na dva načina:

a) Brane prenese en hlod z mesta A v skladišče (dobimo pozicijo 21). Nato Andrej prenese hlod z mesta C do dveh hlodov na mestu A (dobimo pozicijo 3). Na potezi je Brane, ki pa nima druge izbire, kot da prenese en hlod v skladišče (pozicija 2). Andrej prenese v skladišče še enega od preostalih dveh hlodov in tako zadnji hlod ostane Branetu (ki s tem izgubi igro).

b) Brane prenese hlod z mesta C do treh hlodov na mestu A (dobimo pozicijo 4). Nato Andrej prenese en hlod v skladišče (dobimo pozicijo 3) in igra se nadaljuje, kot smo opisali že zgoraj.

Vidimo torej, da odgovor B opisuje zmagovalno strategijo. Torej je odgovor D napačen, saj zmagovalna strategija obstaja.

Če bi Andrej začel igro s prenosom enega hloda z mesta A v skladišče, kot nakazuje odgovor A, bi bila nova pozicija 111. Potem bi Brane lahko prenesel hlod z mesta C na mesto B in bi dobili pozicijo 12. Igra bi se lahko nadaljevala na dva načina:

- Andrej bi prenesel hlod z mesta B na mesto A (pozicija 21), igra pa bi se lahko nadaljevala kot v zgoraj opisanem primeru a), le da sta vlogi obeh igralcev obrnjeni. Torej bi igro izgubil Andrej.
- Andrej bi prenesel hlod z mesta A v skladišče (pozicija 2) in igra bi se spet nadaljevala kot v zgoraj opisanem primeru a) z obrnjenima vlogama igralcev. Torej bi Andrej izgubil igro.

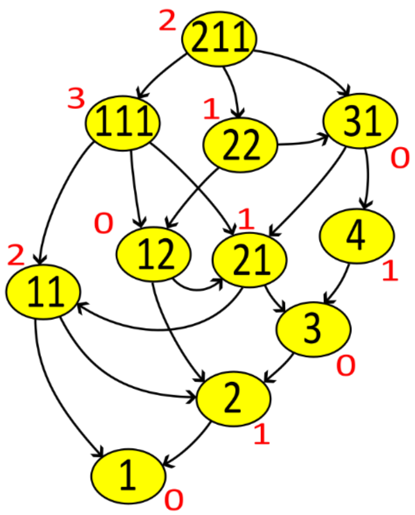
Tako odgovor A ni pravilen, saj opisana prva poteza ni del zmagovalne strategije.

Če bi Andrej začel igro s prenosom hloda z mesta C na mesto B, kot nakazuje odgovor C, bi bila nova pozicija 22. Potem bi Brane lahko prenesel hlod z mesta A v skladišče in s tem dosegel zgoraj opisano pozicijo 12, ki vodi do njegove zmage. Torej tudi odgovor C ni pravilen, saj opisana prva poteza ni del zmagovalne strategije.

Računalniško ozadje

Naloga je primer nepristranske kombinatorične igre, saj imata oba igralca enak nabor možnih premikov na kateri koli poziciji. Poleg tega na koncu vedno dobimo zmagovalca, ker ni možno, da bi se igra končala neodločeno.

Prehode med posameznimi pozicijami igre lahko prikažemo z grafom: vozlišča so posamezne pozicije igre, usmerjene povezave med njimi pa pomenijo možne poteze. Če lahko s pozicije X dosežemo pozicijo Y z eno potezo, to označimo s povezavo od X do Y (in temu rečemo, da je Y sosed od X). Tako dobimo usmerjen graf (na desni sliki), ki je v primeru naše igre tudi acikličen (nima ciklov), saj s posamezne pozicije ne moremo priti nazaj na predhodne pozicije.



Začetna pozicija v naši nalogi je 211. Pozicija 1 pa je končna pozicija: igralec, ki do te pozicije pride s svojo zadnjo potezo, tudi zmaga, saj nasprotniku ne preostane drugega, kot da edini preostali hlod odnese v skladišče.

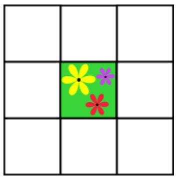
V grafu smo vsakemu vozlišču dodali še oznake (rdeče). Začnemo s končnim vozliščem, ki mu pripišemo oznako 0. Končno vozlišče je edini sosed vozlišča 2, zato vozlišče 2 označimo z 1. V splošnem vozlišče X označimo z najmanjšim naravnim številom, ki ni oznaka nobenega vozlišča, ki je sosed od X. Z upoštevanjem tega pravila označimo vozlišče 11 z 2 in tako nadaljujemo, dokler kot zadnjega ne označimo začetnega vozlišča 211 z oznako 2.

Tako smo v grafu z 0 označili natanko tiste pozicije, za katere velja: kdor je naredil potezo, ki je pripeljala do te pozicije, bo zagotovo lahko zmagal. Tako lahko tudi preprosto določimo zmagovalno strategijo.

S teoretičnimi raziskavami in analizo te vrste iger se je začel ukvarjati matematik Charles L. Bouton že leta 1901, kasneje pa sta temeljne in bolj splošne rezultate neodvisno prispevala še Roland P. Sprague leta 1935 in Patrick M. Grundy leta 1939.

Igra življenja

srednja šola



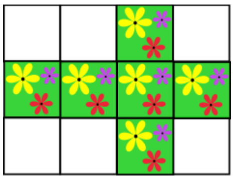
Vrtnar je razdelil vrt na kvadratne gredice. Na nekatere gredice je posadil rože (barvni kvadratki), ostale pa so prazne (beli kvadratki). Vsaka gredica (vsak kvadratek) ima osem sosednjih gredic (kvadratkov).

Posajene rože na vrtu rastejo glede na naslednja pravila:

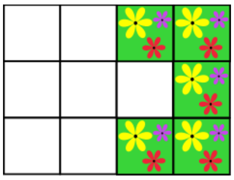
1. Če ima neka gredica z rožami manj kot dve sosednji gredici z rožami, bodo naslednji dan umrle rože na tej gredici in bo postala prazna.
2. Če ima gredica z rožami dve ali tri sosednje gredice z rožami, bodo na njej rože uspevale tudi naslednji dan.
3. Če ima gredica z rožami več kot tri sosednje gredice z rožami, bodo naslednji dan umrle rože na tej gredici in bo postala prazna.
4. Če ima prazna gredica natanko tri sosednje gredice z rožami, bodo naslednji dan zacvetele rože tudi na tej gredici.

Primer:

Prvi dan:

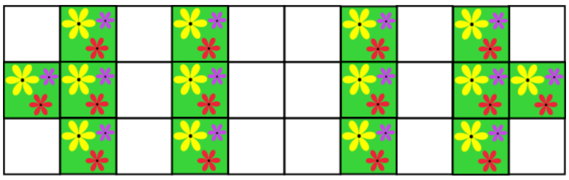


Drugi dan:



Srednja gredica na levi (ki prvi dan vsebuje rože) postane drugi dan prazna po pravilu 1 (ker ima le eno sosednjo gredico z rožami, postane naslednji dan prazna). Obe srednji gredici z rožami postaneta prazni po pravilu 3 (obe imata po štiri sosednje gredice z rožami, kar je več kot tri). Na preostalih treh gredicah z rožami ostanejo rože tudi naslednji dan glede na pravilo 2 (vsaka od njih ima natanko tri sosednje gredice z rožami). Obe prazni gredici na desni pa naslednji dan dobita rože glede na pravilo 4 (obe imata natanko tri sosede z rožami).

Slika prikazuje vrt na prvi dan (izven tega vrta na sliki ni nobenih rož):



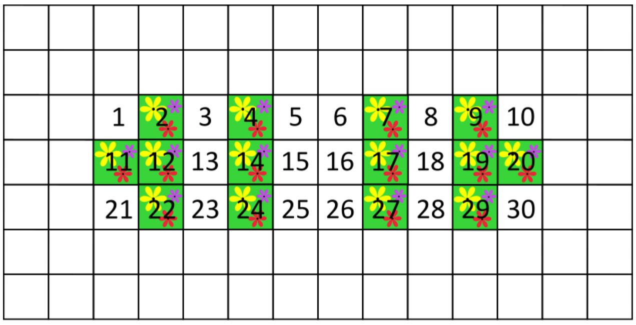
Koliko gredic bo naslednji dan imelo rože?

Rešitev

Pravilen odgovor je 16.

Do rešitve pridemo tako, da simuliramo življenje vrta in tako poiščemo izgled na drugi dan. Za lažjo razlago oštevilčimo gredice na vrtu (celice mreže) in narišimo še okolico vrta (prazne celice), ki tudi vpliva na razvoj vrta.

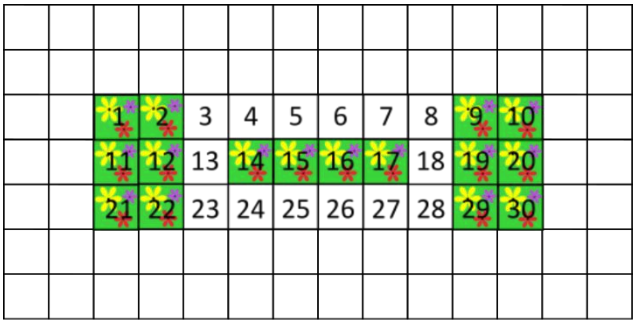
Prvi dan:



Ker je začetni vrt simetričen, lahko gledamo le eno polovico (recimo celice 1 do 5, 11 do 15 in 21 do 25), nato pa enake spremembe naredimo še na drugi polovici.

Po pravilu 4 imata naslednji dan rože tudi celici 1 in 21. Celice 2, 11, 12 in 22 ohranijo rože po pravilu 2. Tudi celica 14 ohrani rože po tem pravilu, medtem ko celici 4 in 24 postaneta prazni po pravilu 1. Celice 3, 13 in 23 ne ustrezajo pogoju iz pravila 4, zato se ne spremenijo. Enako velja tudi za celici 5 in 25. Celica 15 pa dobi rože po pravilu 4. Tako smo pregledali in spremenili vse celice na levi strani. Enake spremembe naredimo tudi na desni strani, da dobimo izgled vrta v drugem dnevu življenja.

Drugi dan:



Sedaj le preštejemo celice z rožami na drugi sliki, skupaj jih je 16.

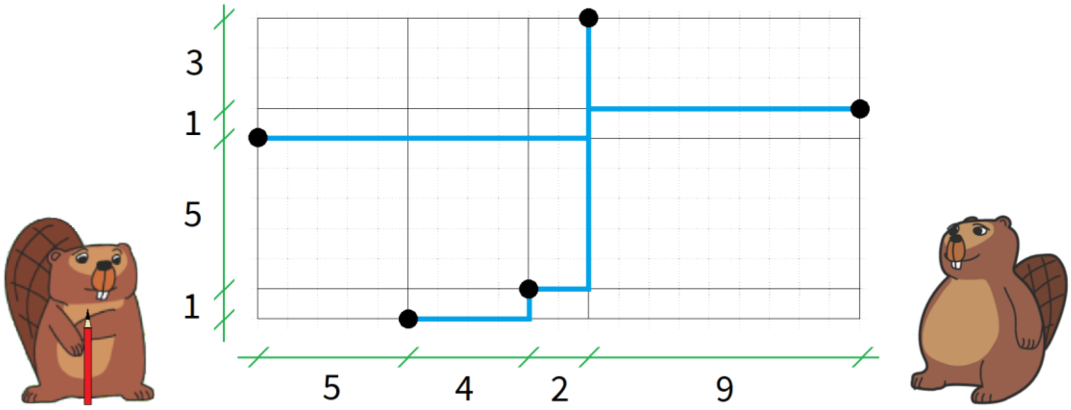
Računalniško ozadje

Igra življenja je primer celičnega avtomata. Celični avtomati (CA) se uporabljajo v računalništvu in pri kodiranju, pa tudi v biologiji, kemiji ali fiziki. Primer njihove uporabe so CA procesorji, ki so pravzaprav fizična implementacija konceptov, in delujejo povsem drugače kot večina današnjih računalnikov, katerih osnova je Von Neumannova arhitektura. Celični avtomati so uporabni tudi pri kriptografiji in snovanju kodiranja s popravljanjem napak.

Načrtovanje kanalov

srednja šola

Bober Mirko je arhitekt in specialist za gradnjo vodnih kanalov. Mirko je pripravil načrt za vodne kanale, ki bodo povezovali pet bivališč (ta so označena s črnim krogcem). Mirko bi rad sledil vodoravnim in navpičnim linijam, ki se križajo na vsakem bivališču; na načrtu velikosti 20 x 10 je vrisal linije in vpisal tudi razdalje med njimi, z modro pa je označil možen potek vodnih kanalov.



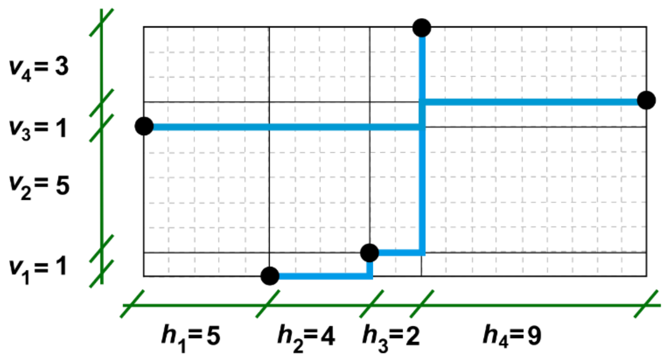
Župan Jakob je opazil, da je skupna dolžina vodnih kanalov kar 36 enot, kar se mu zdi preveč. Zato je predlagal skrajšanje kanalov.

Kakšna je dolžina najkrajših kanalov, ki povezujejo vseh pet bivališč in tečejo po vodoravnih in navpičnih odsekih linij?

Rešitev

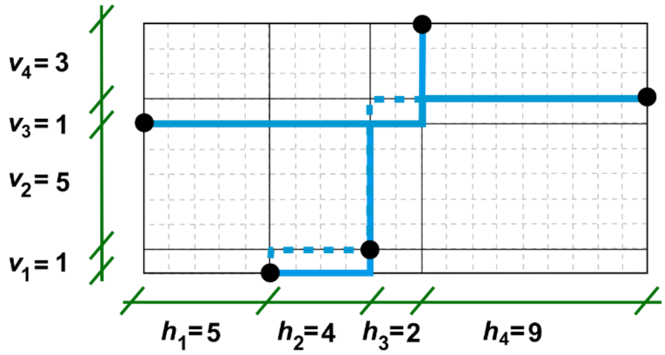
Najkrajši kanal je dolg 34 enot.

Poglejmo dolžine vodoravnih ($h_1 = 5$, $h_2 = 4$, $h_3 = 2$, $h_4 = 9$) in navpičnih ($v_1 = 1$, $v_2 = 5$, $v_3 = 1$, $v_4 = 3$) odsekov. Vsakega od njih mora pokriti vsaj en del kanala. Torej kanal ne more biti krajši od 30 enot (to dolžino bi lahko dosegli le v primeru, če bi se vsa bivališča nahajala na največ eni vodoravni in eni navpični liniji).



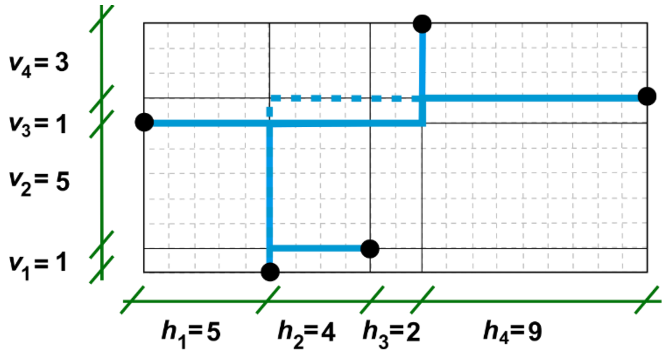
V Mirkovem načrtu (na zgornji sliki) sta odseka h_2 in h_3 pokrita dvakrat, skupna dolžina kanala pa je zato 30 + 4 + 2 = 36 enot.

Za optimalno rešitev moramo premakniti del kanala, ki pokriva odsek v_2, v levo, kot prikazuje slika (s črtkano črto so prikazani deli kanala, ki prestavljajo alternativni potek kanala po drugih dveh stranicah pravokotnika):



Zdaj je dvakrat pokrit s kanalom le odsek h_2 in skupna dolžina kanala je 30 + 4 = 34 enot.

S premikom dela kanala na odseku v_2 še bolj v levo dobimo še dve možni optimalni rešitvi (tudi pri teh je dvakrat pokrit le odsek h_2):



Rešitev, kjer namesto odseka h_2 s kanalom dvakrat pokrijemo odsek v_2, ni optimalna, saj je $v_2 > h_2$.

Tudi preostali dve možnosti (premik dela kanala na odseku v_2 skrajno levo ali skrajno desno), nista optimalni, saj bi v tem primeru morali s kanalom dvakrat pokriti odsek h_1 ali odsek h_4, oba odseka pa sta večja od odseka h_2. Torej je najmanjša dolžina kanala 34 enot, odsek h_2 pa je pri tem s kanalom pokrit dvakrat.

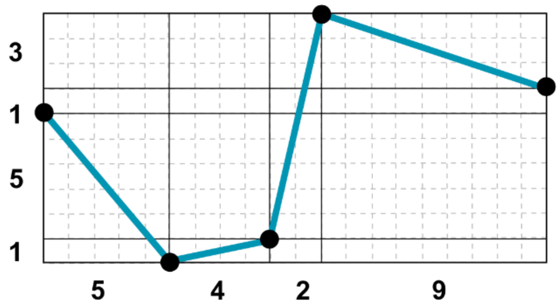
Računalniško ozadje

Ozadje naloge je v računalniški geometriji, ki je eno najstarejših področij računalništva. Računalniška geometrija se ukvarja z raziskovanjem algoritmov, ki rešujejo geometrijske probleme.

V nalogi želimo podane točke na ravnini povezati med seboj z najkrajšim omrežjem, ki ga sestavljajo le vodoravni in navpični odseki povezav. Rešitev je drevo (to je vrsta grafa, pri kateri sta dve poljubni vozlišči povezani le z eno potjo), njegova vozlišča pa zajemajo vse podane točke in še nekaj dodatnih točk, ki so končne točke posameznih odsekov.

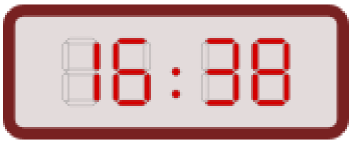
S podobnim problemom, kot so ga reševali bobri, se srečujejo tudi načrtovalci digitalnih vezij.

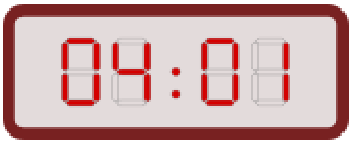
Če bi arhitekt Mirko v načrtu le povezal vsa bivališča in se ne bi omejeval z vodoravnim in navpičnim potekom kanala, bi bil njegov načrt lahko naslednji:



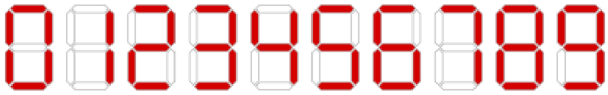
Skupna dolžina kanala na zgornji sliki je približno 30,64 enot, torej bi lahko kanal skrajšali za približno 10 %.

Največkrat prižgan segment srednja šola





Digitalna ura za prikaz časa uporablja štiri prikazovalnike za številke, vsak prikazovalnik pa sestavlja 7 svetlečih segmentov.

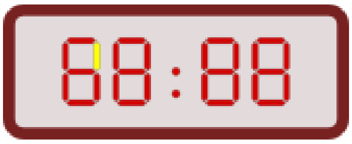
Posamezne številke so prikazane takole: 

Prižgani segmenti se sčasoma tudi obrabijo in jih moramo zamenjati. Najprej bo treba zamenjati tisti segment, ki v celem dnevu sveti največ časa.

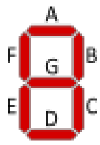
Kateri segment je to?

Rešitev

Najprej bomo morali zamenjati segment, ki je označen rumeno:

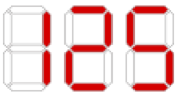


Ura prikazuje čas od 00:00 do 23:59, z vodilnimi ničlami (to vidimo na dveh primerih prikazanega časa, 16:38 in 04:01).



Prikazovalnik za desetice ure (prvi z leve) prikazuje le številke 0, 1 in 2. Te tri številke imajo skupen en prižgan segment, to je segment B. Torej se ta segment nikoli ne ugasne.

Vsi ostali segmenti pa tekom dneva vsaj enkrat ugasnejo, kar bomo pokazali v nadaljevanju.



Poglejmo številke 1, 2 in 5. Noben prižgan segment ni skupen vsem trem številkam: številko 1 sestavljata le prižgana segmenta B in C, a segment B je ugasnjen pri številki 5, segment C pa je ugasnjen pri številki 2. Če torej izmenično prikazujemo te tri številke, noben segment ne bo cel čas prižgan.

Preostali trije prikazovalniki na uri, ki prikazujejo ure (enice), desetice minut in minute (enice), uporabljajo številke 1, 2 in 5. Torej je vsak segment na teh treh prikazovalnikih ugasnjen vsaj enkrat tekom dneva.

Računalniško ozadje

Podobne prikazovalnike, kot je ta v naši nalogi, lahko najdete tudi v različnih informacijskih panelih, kot so na primer v dvigalih ali na peronih železniške postaje. Ker so si pri takih prikazovalnikih številke zelo podobne, bi nedelovanje enega segmenta lahko povzročilo prikaz popolnoma druge številke. Tako bi se na primer številka 9, pri kateri bi bil poškodovan en segment (levo zgoraj), prikazala kot številka 3. In tako bi iz dvigala izstopili v 9. nadstropju, čeprav ste bili namenjeni v 3. nadstropje!

Strojna oprema (imenujemo jo tudi hardver) je pomemben del računalništva. Strojna oprema se sčasoma tudi obrabi in pokvari. In delno poškodovana strojna oprema lahko povzroči hujše posledice kot nedelujoča. Si predstavljate, da bi poškodovana ura (z nedelujočim le enim segmentom) na železniški postaji kazala, da vlak odpelje ob 9.20 namesto pravilnega odhoda ob 8.20! V tem primeru bi bilo bolje, da ura sploh ne bi delovala, kot pa da prikazuje napačne informacije.

Selitev dokumentov

srednja šola

Zaposleni v podjetju Bober ekspres selitve, d.o.o. morajo z majhnim tovornjakom prepeljati več dokumentov na novo lokacijo. Dokumente zložijo v škatle, te pa naložijo na tovornjak, na katerem je prostora za največ 20 škatel. Za natovarjanje ali raztovarjanje vsake škatle potrebujejo 1 minuto. Pot tovornjaka do nove lokacije traja 60 minut (in enako tudi nazaj, če se mora vrniti po preostale škatle). Če je treba prepeljati več kot 20 škatel, morajo najprej počakati, da se tovornjak vrne.

Pri zlaganju dokumentov v škatle lahko z nekaj dodatnega dela dokumente bolj stisnejo in v posamezno škatlo spravijo več dokumentov. Tako zmanjšajo potrebno število škatel. Dokumente lahko zložijo v škatle na tri načine (za vse dokumente morajo uporabiti enak način zlaganja):

- Način A zahteva več natančnosti pri stiskanju dokumentov in jim vzame 3 minute za vsako (nestisnjeno) škatlo, vendar zmanjša število potrebnih škatel na polovico.
- Način B je hitrejši, vzame le 1 minuto na škatlo, število potrebnih škatel pa zmanjša za tretjino.
- Način C pa dokumentov ne stisne in zato ne zahteva dodatnega časa.

Zaposleni morajo preseliti za 36 škatel nestisnjenih dokumentov. Na voljo imajo 4 ure.

Katerega od treh načinov stiskanja dokumentov lahko uporabijo?

A) Samo način A.
B) Samo način B.
C) Samo način C.
D) Samo načina A ali B.
E) Samo načina A ali C.
F) Samo načina B ali C.
G) Vse tri načine: A ali B ali C.
H) Noben način ne omogoča selitve v 4 urah.

Rešitev

Pravilen odgovor je A: samo s stiskanjem na način A lahko dokumente preselijo v 4 urah (ali manj).

Do rešitve lahko pridemo tako, da za vsak način izračunamo, koliko časa bomo porabili za selitev 36 škatel nestisnjenih dokumentov. Potem poiščemo tiste načine, pri katerih je skupen čas manjši ali enak 4 uram (oz. 240 minutam).

Poglejmo najprej način C, ki ne uporablja stiskanja dokumentov. Za selitev 36 škatel potrebujemo dve vožnji tovornjaka, torej samo za prevoz porabimo 180 minut (60 minut za prvo vožnjo, 60 minut za vrnitev in 60 minut za drugo vožnjo). Temu dodamo še čas natovarjanja 36 škatel (36 minut) in čas njihovega raztovarjanja (36 minut). Skupaj torej 252 minut.

Pri načinu B za stiskanje dokumentov porabimo 36 minut in zmanjšamo potrebno število škatel za tretjino, torej imamo 24 škatel stisnjenih dokumentov. Vendar za njihovo selitev še vedno potrebujemo dve vožnji tovornjaka, torej za vožnjo skupaj 180 minut. Temu prištejemo še po 24 minut za natovarjanje in raztovarjanje škatel. Skupen čas je tako 264 minut.

Če uporabimo način A, se potrebno število škatel prepolovi. Torej bomo imeli le 18 škatel s stisnjenimi dokumenti in njihovo selitev lahko opravimo z eno samo vožnjo tovornjaka. Za stiskanje 36 škatel dokumentov bomo porabili 36·3 = 108 minut. Za natovarjanje škatel potrebujemo 18 minut, za vožnjo 60 minut in za raztovarjanje 18 minut. Skupaj torej 204 minute.

Izračunane čase smo vpisali v tabelo:

Način	Število škatel	Število tovornjakov	Čas natovarjanja	Čas raztovarjanja	Čas vožnje	Čas stiskanja	Skupen čas
A	18	1	18	18	60	108	204
B	24	2	24	24	180	36	264
C	26	2	36	36	180	0	252

Vidimo, da je način A edini, s katerim lahko preselimo dokumente v manj kot 240 minutah.

Računalniško ozadje

Stiskanje podatkov uporabljamo tako pri shranjevanju podatkov na napravah (npr. na disku osebnega računalnika ali v podatkovnem središču) kot pri prenosu podatkov preko omrežja.

Čeprav stiskanje in razširjanje podatkov terja določen čas, lahko veliko več časa prihranimo pri prenosu stisnjenih podatkov. Zato je pomembno, da pred prenosom podatkov uporabimo primeren način stiskanja, saj niso vsi načini dobri v vseh primerih, kot smo videli tudi v nalogi.

Skrivno srečanje

srednja šola

Hana in Oto se dogovarjata za skrivno srečanje. Uro srečanja si izmenjata v zakodiranem sporočilu, to je bloku črk in številk. Blok se bere po vrsticah, od zgoraj navzdol, vsako vrstico pa od leve proti desni, kot da gre za enotno zaporedje črk in številk. Čas skrivnega srečanja je dolžina najdaljšega palindroma v tem bloku. Palindrom je zaporedje črk in številk, ki se naprej in nazaj berejo popolnoma enako.

Na primer, blok iz prejšnjega tedna je prikazan na desni. Najdaljši palindrom je "E33EMMME33E", njegova dolžina pa je 11, zato je bilo skrivno srečanje prejšnji teden ob 11. uri.

M	E	E	W	E	3	3
E	M	M	M	E	3	3
E	3	E	W	W	E	3

Spodaj je blok z zakodirano uro srečanja za naslednji teden:

M	3	3	W	E	3	3	E
W	M	M	W	W	E	3	W
3	3	E	3	3	M	3	E
M	W	E	W	M	M	E	3
3	3	E	M	W	3	3	E

Kdaj bo srečanje?

Rešitev

Najdaljši palindorm v bloku je dolžine 7, torej bo srečanje ob 7h.

M	E	3	3	3	E	M

V podanem bloku je kar nekaj palindromov, a je ME333EM najdaljši. Poiščemo ga lahko tako, da preverimo vse možne palindrome, ki se začnejo na posamezno črko/številko v bloku.

M	3	3	W	E	3	3	E
W	M	M	W	W	E	3	W
3	3	E	3	3	M	3	E
M	W	E	W	M	M	E	3
3	3	E	M	W	3	3	E

Računalniško ozadje

Hana in Oto sta uro skrivnega srečanja skrila v blok, tako da sta le onadva znala zapisati in prebrati sporočilo v tem bloku. Temu rečemo šifriranje ali enkripcija.

Šifriranje uporabljamo v računalništvu za zaščito podatkov, da jih ne more uporabiti in razumeti prav vsak, ki se dokoplje do njih. Tako na primer pri spletnem nakupu šifriramo podatke o kreditni kartici, preden jih pošljemo v spletno trgovino. Trgovina, ki ji zaupamo, pozna način šifriranja in lahko te podatke prebere, s tem pa lahko opravimo nakup s kartico. Morebitni nepridipravi, ki bi podatke o kartici lahko prestregli ob pošiljanju preko omrežja, pa ne poznajo načina šifriranja, zato teh podatkov ne morejo zlorabiti.

Šifrirni ključ

srednja šola 

Mimi in Pepe sta si izmislila skrivno govorico, pri kateri uporabljata tri korake.

1. Začetno sporočilo razdelita na enako velike nize z vnaprej določeno dolžino. Če je zadnji niz prekratek, na koncu dodata še presledke. Na primer: če sporočilo ZALJUBLJENI KUPID razdelita na nize dolžine 3, dobita nize »ZAL«, »JUB«, »LJE«, »NI «, »KUP«, »ID «.
2. Vsakemu posameznemu nizu obrneta vrstni red znakov: »LAZ«, »BUJ«, »EJL«, » IN«, »PUK«, » ID«.
3. Izbereta si zaporedje, v katerem naj si sledijo preoblikovani nizi. Na primer, če si izbereta zaporedje (2, 1, 5, 4, 3, 6), je šifrirano sporočilo »BUJLAZPUK INEJL ID«.

Da se lahko med seboj pogovarjata, morata vedeti, kakšna je dolžina posameznega niza in kakšno je zaporedje nizov, v zgornjem primeru je to 3, (2, 1, 5, 4, 3, 6). To imenujemo šifrirni ključ.

Pepe želi Mimi sporočiti »RAD TE IMAM, MIMI«. Šifrirano sporočilo, ki ga je prejela Mimi, je »I ETMIM AM I,MAR D«. Kakšen šifrirni ključ sta uporabila?

A) 2, (4, 3, 8, 7, 5, 9, 6, 1, 2)
B) 3, (5, 2, 3, 4, 6, 1)
C) 4, (2, 4, 3, 5, 1)
D) 5, (3, 2, 4, 1)

Rešitev

Uporabila sta šifrirni ključ A: 2, (4, 3, 8, 7, 5, 9, 6, 1, 2)

Nalogo lahko rešimo tako, da sporočilo šifriramo po korakih s ponujenimi šifrirnimi ključi.

A: 2, (4, 3, 8, 7, 5, 9, 6, 1, 2)

V prvem koraku razdelimo sporočilo na nize dolžine 2: »RA«, »D «, »TE«, » I«, »MA«, »M,«, » M«, »IM«, »I «.

V drugem koraku obrnemo nize: »AR«, » D«, »ET«, »I «, »AM«, »,M«, »M «, »MI«, » I«.

V tretjem koraku združimo nize po danem zaporedju: »I ETMIM AM I,MAR D«. To pa je ravno sporočilo, ki ga je prejela Mimi.

Preverimo še ostale odgovore po enakem postopku.

Primer B: 3, (5, 2, 3, 4, 6, 1)

V prvem koraku razdelimo sporočilo na nize dolžine 3: »RAD«, » TE«, » IM«, »AM,«, » MI«, »MI «.

V drugem koraku obrnemo nize: »DAR«, »ET «, »MI «, »,MA«, »IM «, » MI«.

V tretjem koraku združimo nize po danem zaporedju: »IM ET MI ,MA MI DAR«.

Primer C: 4, (2, 4, 3, 5, 1)

V prvem koraku razdelimo sporočilo na nize dolžine 4: »RAD «, »TE I«, »MAM,«, » MIM«, »I   «.

Že po 1. koraku lahko ta odgovor izločimo, saj v šifriranem sporočilu nimamo niza s tremi presledki.

Primer D: 5, (3, 2, 4, 1)

V prvem koraku razdelimo sporočilo na nize dolžine 5: »RAD T«, »E IMA«, »M, MI«, »MI   «.

Tudi v tem primeru smo dobili niz s tremi presledki, ki ga ni v šifriranem sporočilu, zato lahko tudi ta odgovor takoj izločimo.

Računalniško ozadje

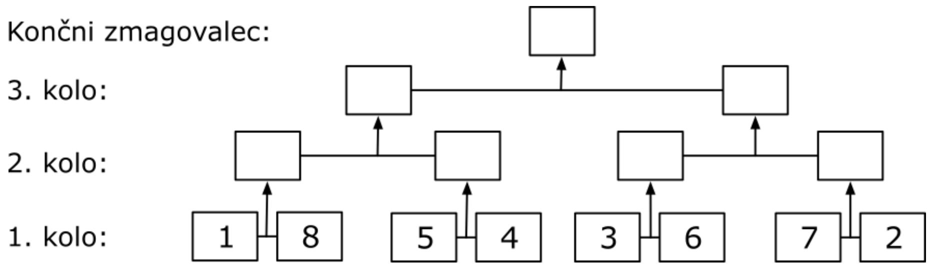
Šifriranje sporočil se uporablja za večjo varnost podatkov, ki se prenašajo preko interneta.

Turnir na izpadanje

srednja šola

Na teniškem turnirju je sodelovalo 8 igralcev. Vsak je dobil svojo identifikacijsko številko (od 1 do 8). Turnir so igrali na izpadanje: zmagovalec vsakega dvoboja se je uvrstil v naslednje kolo, poraženec pa se je poslovil od turnirja.

Rezultate turnirja so sproti zapisovali na tablo:



Na začetku, v prvem kolu, so igrali vsi sodelujoči tekmovalci, posamezni pari pa so že zapisani na tabli (številke 1 do 8 v spodnji vrstici). Zmagovalce posameznih dvobojev, ki so se uvrstili v naslednje kolo, so takoj po dvoboju dopisali na tablo. Vsak dvoboj se zaključi z natanko enim zmagovalcem (igra ne more biti neodločena).

Turnir so spremljali štirje prijatelji, Ana, Borut, Cvetka in Danijel. Po zaključku turnirja so si naredili zapiske, kolikokrat je vsak tekmovalec vpisan na tabli s končnimi rezultati (glej spodnjo tabelo). Pri štetju so bili zelo površni in le eden je številke zapisal prav.

	Ana	Borut	Cvetka	Danijel
Igralec 1	1	2	1	1
Igralec 2	4	1	2	1
Igralec 3	3	1	3	1
Igralec 4	1	1	1	1
Igralec 5	2	3	2	3
Igralec 6	1	4	4	2
Igralec 7	2	2	1	2
Igralec 8	1	1	2	4

Kdo je pravilno preštel igralce?

Rešitev

Pravilno je igralce preštel le Borut.

Do rešitve pridemo tako, da izločimo odgovore, pri katerih številke ne morejo biti prave glede na začetni diagram turnirja in glede na postavljena pravila turnirja.

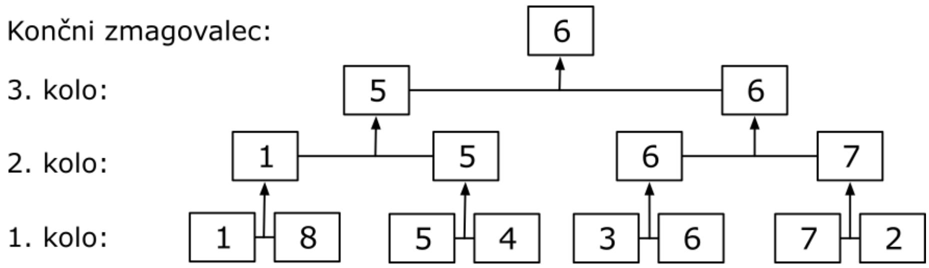
Ana ne more imeti pravilnih številk, saj bi se moral eden izmed igralcev 1 in 8 uvrstiti vsaj v drugo kolo in bi se zato moralo njegovo ime na diagramu pojaviti vsaj dvakrat. Ana pa je pri obeh tekmovalcih preštela le eno pojavitev. Podobno velja tudi za igralca 7 in 2, saj bi moral eden od njiju izpasti že v prvem kolu (torej se oba ne moreta večkrat pojaviti med rezultati).

Tudi Cvetka ne more imeti pravilnih številk. V prvem kolu so odigrali štiri igre, zato bi morali po prvem kolu imeti natanko štiri poražence, ki so na turnirju odigrali le eno tekmo. Na Cvetkinem seznamu pa so le trije taki igralci. Podobno velja tudi za drugo kolo: natanko dva igralca bi morala izgubiti v drugem kolu in tako na turnirju odigrati le dve tekmi. Cvetka pa je zabeležila, da so taki igralci trije.

Danijelovo štetje tudi ni pravilno. Glede na njegove številke bi morali biti zmagovalci prvega kola igralci 5, 6, 7 in 8. Ker je pri igralcih 6 in 7 zapisal le 2 odigrani tekmi, to pomeni, da sta oba izgubila v drugem kolu. Vendar to ni mogoče, ker sta v drugem kolu igrala drug proti drugemu. Zato bi eden od njiju moral napredovati v tretje kolo.

Ostanejo le še Borutove številke, ki morajo biti pravilne. Igralci 1, 5, 6 in 7 so zmagali v prvem kolu, igralca 5 in 6 sta zmagala v drugem kolu in v zadnjem kolu je zmagal igralec 6.

Končni diagram, ki ga dobimo iz Borutovih številk, je naslednji:



Računalniško ozadje

Za diagram, ki prikazuje rezultate posameznih dvobojev vsakega kola, bi lahko rekli, da je grafična predstavitev *podatkovne strukture*. Podatkovna struktura predstavlja logične povezave med posameznimi elementi podatkov. Z njo lahko organiziramo vse podatke in pri tem poleg shranjenih elementov upoštevamo tudi relacije med njimi.

Pregled nalog

Državno tekmovanje

		6.	7.	8.	9.	SŠ	Str.
Skrivno srečanje	Avstralija					●	60
Šifrirni ključ	Južna Koreja					●	62
Turnir na izpadanje	Latvija					●	64