

(() () ()) () ()

(())

nima para

X ni ok

nima desnega para

(()) ()) (

nima levega para

Naloga: izračunaj, koliko je oklepajskih izrazov z n odlepaji in n zaklepaji

Omejitve: $n \leq 15$.

$n=1$:	()	X	1
$n=2$:	(()), () ()		2
$n=3$:	((()), () () (), (()) (), () (()), () () ())		5

Opazka: Problem lahko razbijemo na manjše probleme istega tipa.

Rešimo, da smo že postavili en del odlepajev,

() (()) () () ()

Postaviti moramo še npr. 4 odlepaje in 4 zaklepaje. Na koliko načinov lahko to naredimo?

To je ravnó enako kot število načinov, da postavimo 4 odlepaje in 4 zaklepaje v oklepajski izraz!

Edina razlika med glavnim problemom in

novim problemom je ta, da ima nov problem manjši n .

Označimo število odlepajskih izrazov z n odlepaj in n zalepaj z $f(n)$.

Opaziti smo: $f(n)$ lahko izračunamo s pomočjo $[f(n-1), f(n-2), f(n-3), \dots, f(3), f(2), f(1)]$.

Kako to naredimo? kateri prvi del moramo fiksirati, da lahko uporabimo rešitve podproblemov?

()

(())

(() ())

Poizkusiti moramo vse možnosti!

Lahko se omejimo samo na tiste začetke, ki so popolnoma vsebovani v enem paru odlepaj-zalepaj.

(...) ...

$f(x)$



vsi odlepajski izrazi,

ki vsebujejo x

odlepaj in x

zalepaj

(...)(...)(...) ...

$f(y)$

↑
tu smo porabili
več odlepajev,

kot levo

→ pričakujemo $y < x$

Med drugim so v $f(x)$ vsebovani tudi izrazi oblike (...)(...)...

če lahko ugotovimo, koliko je odlepajskih izrazov tipa (...) [in ne vedno $() ()$]
potem lahko izračunam število dopolnitev do odlepajskega izraza za n .

Kako poiščem upr. število odlepajskih izrazov oblike (...), ki imajo k odlepajev in k zaodlepajev?

To je ravno $f(k-1)$

Prejmo, če imam odlepajski izraz s $k-1$ odlepaji (in zaodlepaji), potem samo dam obdi tega izraza še en par odlepajev, in dobim šelen izraz:

$k=4$:

$(())(())()$

Torej: število odlepajskih izrazov oblike

$(\dots)$... $\leftarrow n$ parov
 $\downarrow$
 k parov

je ravno $(\# \text{ izrazov oblike } (\dots)) \cdot (\# \text{ izrazov z } n-k \text{ pari})$

Intermezzo: če imam 5 parov klad in 3 majice, na koliko načinov se lahko oblečem? $5 \cdot 3$

To je v naših oznakah ravno

$f(k-1) \cdot f(n-k)$

Zanimajo nas izrazi poljubne oblike, torej za se možne k :

$$f(n) = f(0)f(n-1) + f(1)f(n-2) + \dots + f(n-1)f(0)$$

$f(n)$ je odvisen le od $f(0), f(1), \dots, f(n-1)$

Temu pristopu k reševanju problemov pravimo
DINAMIČNO PROGRAMIRANJE.

