

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

# Delo z nizi

Matevž Jekovec

Univerza v Ljubljani  
Fakulteta za računalništvo in informatiko

Programiranje v višji prestavi  
29. junij 2017

# Notacija

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

- ▶  $T$  — vhodni niz znakov oz. besedilo (ang. *text*)
- ▶  $n$  — dolžina niza (število znakov)
- ▶  $\Sigma$  — abeceda
- ▶  $\sigma$  — velikost abecede

---

<sup>1</sup>Pozor: Dejanska velikost niza v pomnilniku je lahko drugačna (*null-delimited* nizi, različna kodiranja znakov)

# Notacija

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

- ▶  $T$  — vhodni niz znakov oz. besedilo (ang. *text*)
- ▶  $n$  — dolžina niza (število znakov)
- ▶  $\Sigma$  — abeceda
- ▶  $\sigma$  — velikost abecede
- ▶ Primer:
  - ▶  $T = \text{"BANANA"}$
  - ▶  $n^1 = 6$
  - ▶  $\Sigma = \{B, A, N\}$
  - ▶  $\sigma = 3$

---

<sup>1</sup>Pozor: Dejanska velikost niza v pomnilniku je lahko drugačna (*null-delimited* nizi, različna kodiranja znakov)

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

## Oblike besedil:

- ▶ Strukturirana: Besedilo je sestavljeno iz več besed. Običajno tudi iščemo po besedah. (programska koda, angleščina, slovenščina)
- ▶ Nestrukturirana: Besedilo nima jasnih besed ali pa je veliko besed sestavljk. (nemščina, človeški genom, glasba)

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

## Oblike besedil:

- ▶ Strukturirana: Besedilo je sestavljeno iz več besed. Običajno tudi iščemo po besedah. (programska koda, angleščina, slovenščina)
- ▶ Nestrukturirana: Besedilo nima jasnih besed ali pa je veliko besed sestavljk. (nemščina, človeški genom, glasba)

## Problemi pri besedilih:

- ▶ Kako učinkovito shraniti besedilo?
- ▶ Kako učinkoviot iskati po njem:
  - ▶ Ali se vzorec  $P$  (ang. *pattern*) nahaja v besedilu?
  - ▶ Kje in kolikokrat se vzorec ponovi?
  - ▶ Pri strukturiranih: Ali se katera koli beseda začne na  $P$ ?  
Ali je  $P$  koren katere koli besede? Ali je  $P$  pripona katere koli besede?

# Zapis strukturiranega besedila

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Kako shraniti strukturirano besedilo tako, da bomo lahko hitro  
iskali po njem?

# Zapis strukturiranega besedila

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Kako shraniti strukturirano besedilo tako, da bomo lahko hitro iskali po njem?

Ideja: Slovar, ki preslika iskan ključ na mesta pojavitev ključa v besedilu. Kaj točno uporabiti?

# Zapis strukturiranega besedila

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Kako shraniti strukturirano besedilo tako, da bomo lahko hitro iskali po njem?

Ideja: Slovar, ki preslika iskan ključ na mesta pojavitev ključa v besedilu. Kaj točno uporabiti?

- ▶ Dvojiško iskalno drevo

# Zapis strukturiranega besedila

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Kako shraniti strukturirano besedilo tako, da bomo lahko hitro iskali po njem?

Ideja: Slovar, ki preslika iskan ključ na mesta pojavitev ključa v besedilu. Kaj točno uporabiti?

- ▶ Dvojiško iskalno drevo
- ▶ Zgoščevalna tabela

# Zapis strukturiranega besedila

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Kako shraniti strukturirano besedilo tako, da bomo lahko hitro iskali po njem?

Ideja: Slovar, ki preslika iskan ključ na mesta pojavitev ključa v besedilu. Kaj točno uporabiti?

- ▶ Dvojiško iskalno drevo
- ▶ Zgoščevalna tabela
- ▶ Številsko drevo z variantami

# Dvojiško iskalno drevo (ang. *Binary search tree*)

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

# Dvojiško iskalno drevo (ang. *Binary search tree*)

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Ideja: Iskalno drevo, vozlišča hranijo nize, manjši niz je tisti, ki je po abecedi (*leksikografsko*) pred drugim.

# Dvojiško iskalno drevo (ang. *Binary search tree*)

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

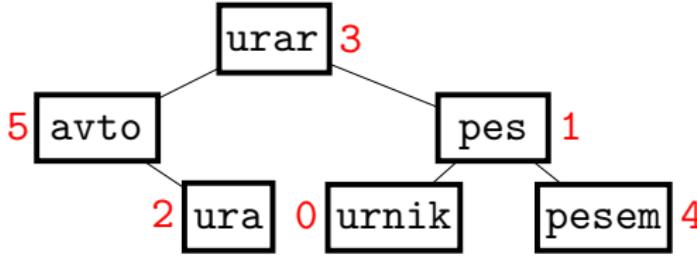
Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Ideja: Iskalno drevo, vozlišča hranijo nize, manjši niz je tisti, ki je po abecedi (*leksikografsko*) pred drugim.



ključ	vrednost
avto	5
ura	2
urar	3
urnik	0
pes	1
pesem	4

# Dvojiško iskalno drevo (ang. *Binary search tree*)

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

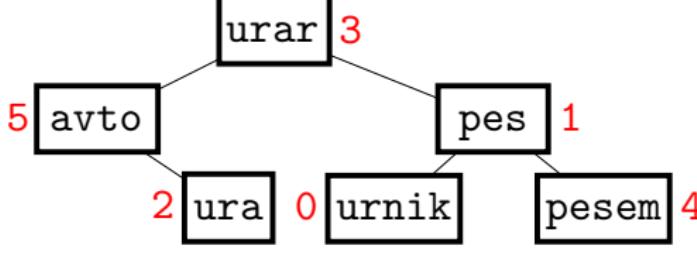
Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Ideja: Iskalno drevo, vozlišča hranijo nize, manjši niz je tisti, ki je po abecedi (*leksikografsko*) pred drugim.



ključ	vrednost
avto	5
ura	2
urar	3
urnik	0
pes	1
pesem	4

Pozor: Če imamo nize že zložene v tabelo po abecedi, potem namesto iskanja po drevesu iščemo kar po tabeli — bisekcija!

# Zgoščevalna tabela (ang. *Hash table*)

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Zgoščeno vrednost izračunamo za vsako besedo v vhodnem besedilu. Nato vstavimo besedo kot običajni element (npr. število) v zgoščevalno tabelo.

# Zgoščevalna tabela (ang. *Hash table*)

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Zgoščeno vrednost izračunamo za vsako besedo v vhodnem besedilu. Nato vstavimo besedo kot običajni element (npr. število) v zgoščevalno tabelo.

Rabin-Karpova zgoščevalna funkcija:

$$H = c_1 a^{k-1} + c_2 a^{k-2} + \dots + c_k a^0$$

# Zgoščevalna tabela (ang. *Hash table*)

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Zgoščeno vrednost izračunamo za vsako besedo v vhodnem besedilu. Nato vstavimo besedo kot običajni element (npr. število) v zgoščevalno tabelo.

Rabin-Karpova zgoščevalna funkcija:

$$H = c_1 a^{k-1} + c_2 a^{k-2} + \dots + c_k a^0$$

Primer zgoščene vrednosti za  $a = 2$ : URAR, dolžina je  $k = 4$ . U je 20. črka, R je 17. črka, A pa 0. črka po abecedi:

$$20 \cdot 2^3 + 17 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 17 \cdot 2^0 = 160 + 68 + 17 = 245$$

Pozor: Če želimo hraniti več pojavitev niza, potrebujemo *multimap*.

# Zgoščevalna tabela nadal. (ang. *Hash table*)

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vzemimo velikost polja  $M = 8$ .

Vaje in naloge

# Zgoščevalna tabela nadal. (ang. Hash table)

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Vzemimo velikost polja  $M = 8$ .

$$H(\text{"avto"}) = 136 \mod 8 = 0$$

$$H(\text{"ura"}) = 114 \mod 8 = 2$$

$$H(\text{"urar"}) = 245 \mod 8 = 5$$

$$H(\text{"urnik"}) = 534 \mod 8 = 6$$

$$H(\text{"pes"}) = 86 \mod 8 = 0$$

$$H(\text{"pesem"}) = 364 \mod 8 = 0$$

# Zgoščevalna tabela nadal. (ang. Hash table)

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

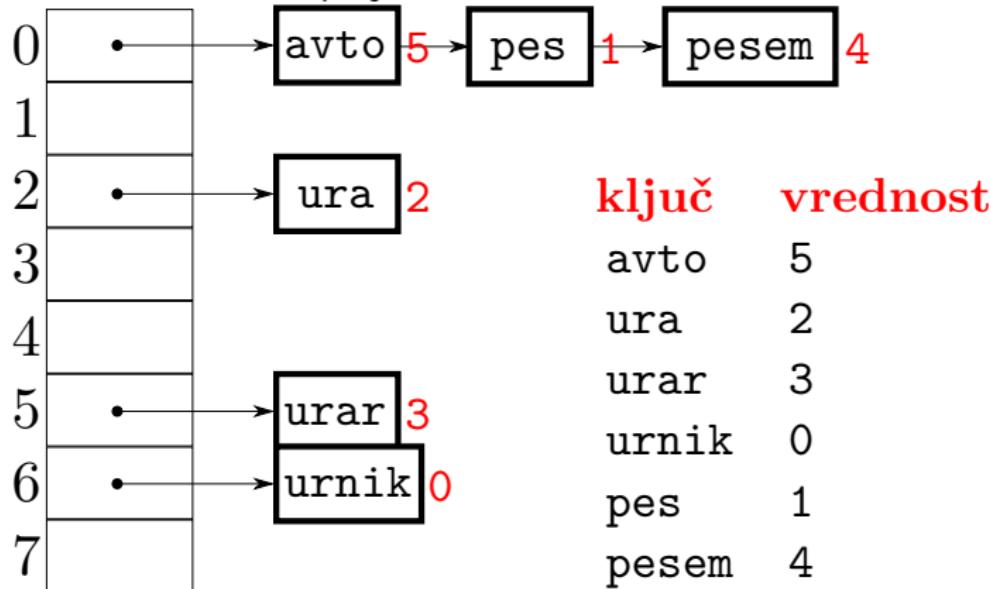
Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Vzemimo velikost polja  $M = 8$ .



# Številsko drevo (ang. *trie*)

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Problem iskalnih dreves in zgoščevalne tabele: Ni enostavno iskati po začetkih besed (npr. *search-as-you-type*).

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

# Številsko drevo (ang. *trie*)

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

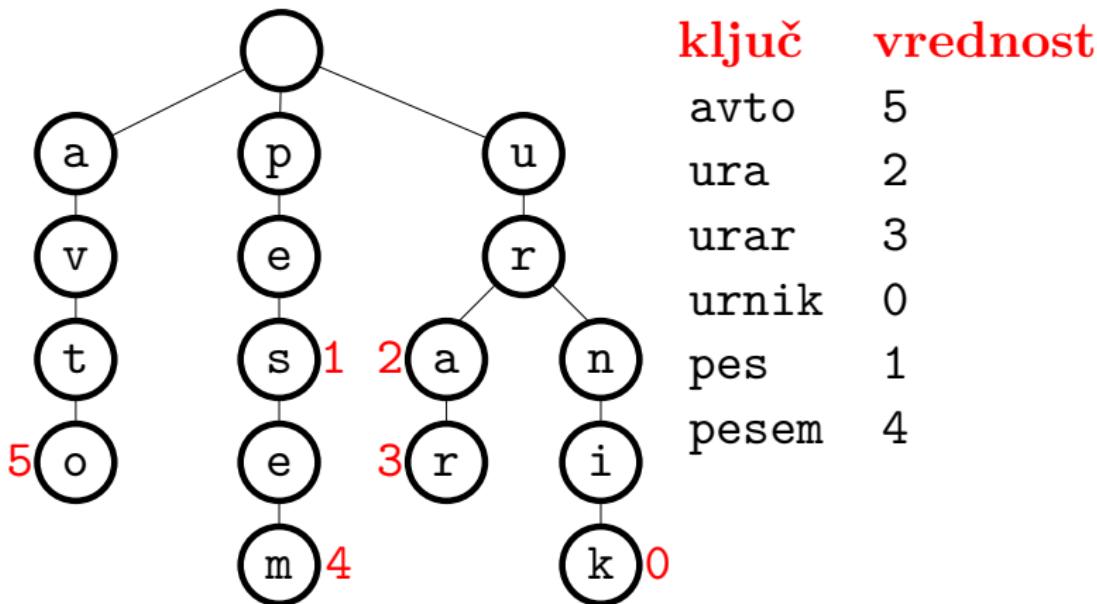
Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Problem iskalnih dreves in zgoščevalne tabele: Ni enostavno iskati po začetkih besed (npr. *search-as-you-type*).

Rešitev: Številsko drevo hrani besede od korena navzdol, razbite po črkah.



# Stisnjeno številsko drevo (ang. *compressed trie*)

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Izboljšava: Namesto svojega vozlišča za vsako črko, vozlišča z enim naslednikom združimo.

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

# Stisnjeno številsko drevo (ang. *compressed trie*)

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

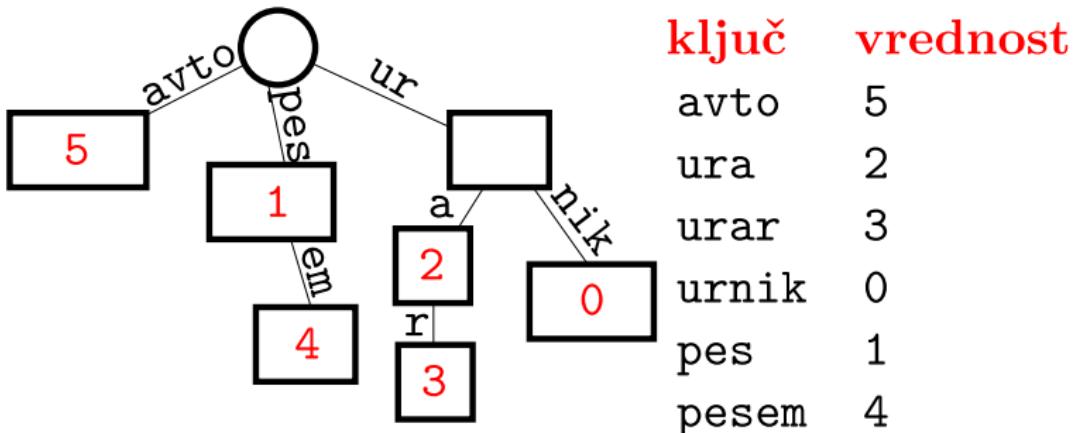
Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Izboljšava: Namesto svojega vozlišča za vsako črko, vozlišča z enim naslednikom združimo.



# Programiranje številskih dreves

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

## Kako predstaviti vozlišče?

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

```
1 class TrieNode {  
2     string label;  
3     void *value;  
4     ?         children;  
5 };
```

Vaje in naloge

# Programiranje številskih dreves

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

## Kako predstaviti vozlišče?

```
1 class TrieNode {  
2     string label;  
3     void *value;  
4     ?         children;  
5 };
```

Do otrok dostopamo prek "nekega" slovarja, npr.:

- ▶ povezane seznam,

# Programiranje številskih dreves

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

## Kako predstaviti vozlišče?

```
1 class TrieNode {  
2     string label;  
3     void *value;  
4     ?         children;  
5 };
```

Do otrok dostopamo prek "nekega" slovarja, npr.:

- ▶ povezane seznam,
- ▶ polje kazalcev v velikosti abecede  $\sigma$ ,

# Programiranje številskih dreves

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

## Kako predstaviti vozlišče?

```
1 class TrieNode {  
2     string label;  
3     void *value;  
4     ?         children;  
5 };
```

Do otrok dostopamo prek "nekega" slovarja, npr.:

- ▶ povezane seznam,
- ▶ polje kazalcev v velikosti abecede  $\sigma$ ,
- ▶ *trojiško* iskalno drevo.

# Programiranje številskih dreves — povezan seznam

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Vozlišče ima kazalec na prvega otroka in na sorojenca.

```
1 class TrieNode {  
2     string      str;  
3     void        *value;  
4     TrieNode   *child;  
5     TrieNode   *sibling;  
6 };
```

# Programiranje številskih dreves — povezan seznam

Delo z nizi

Matevž  
Jekovc

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

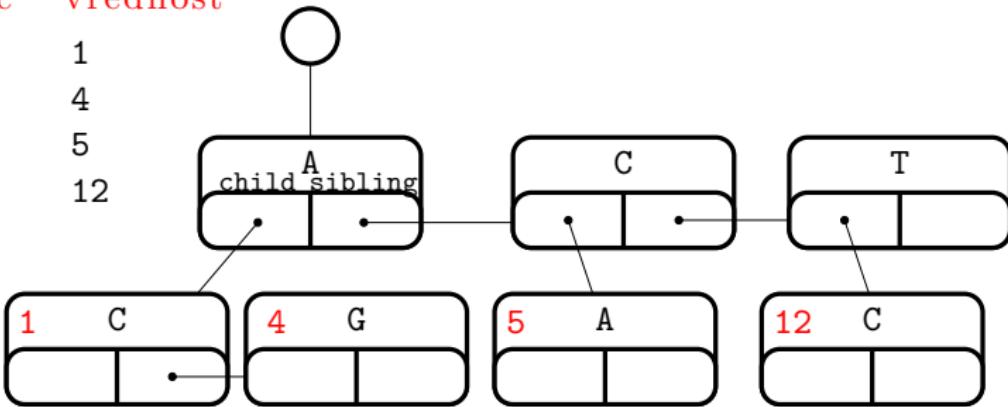
Vaje in naloge

Vozlišče ima kazalec na prvega otroka in na sorojenca.

```
1 class TrieNode {  
2     string      str;  
3     void        *value;  
4     TrieNode   *child;  
5     TrieNode   *sibling;  
6 };
```

ključ vrednost

AC	1
AG	4
CA	5
TC	12



# Programiranje številskih dreves — s poljem

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Vsako vozlišče vsebuje polje  $\sigma$  kazalcev na otroke. Do otroka dostopamo neposredno z indeksom njegove črke.

```
1 class TrieNode {  
2     string str;  
3     void *value;  
4     TrieNode children[ALPHABET];  
5 };
```

# Programiranje številskih dreves — s poljem

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

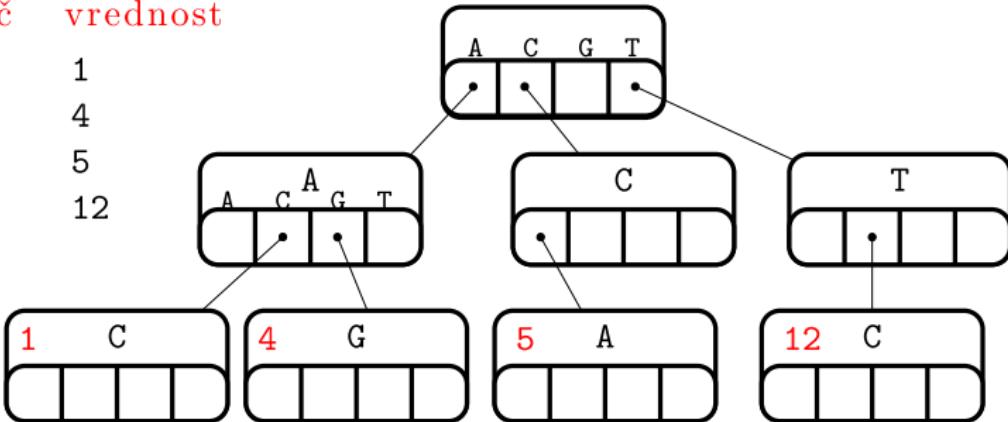
Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

```
1 class TrieNode {  
2     string      str;  
3     void       *value;  
4     TrieNode  children[ALPHABET];  
5 };
```

ključ      vrednost

AC	1
AG	4
CA	5
TC	12



# Programiranje številskih dreves — TST

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Trojiško iskalno drevo (ang. *Ternary Search Trie*) je kompromis obeh prejšnjih metod: hranimo le kazalce na otroke, ki obstajajo, iskanje pa poteka z bisekcijo.

```
1 class TrieNode {  
2     string str;  
3     void *value;  
4     TrieNode *eq;  
5     TrieNode *ls;  
6     TrieNode *gt;  
7 };
```

# Programiranje številskih dreves — TST

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

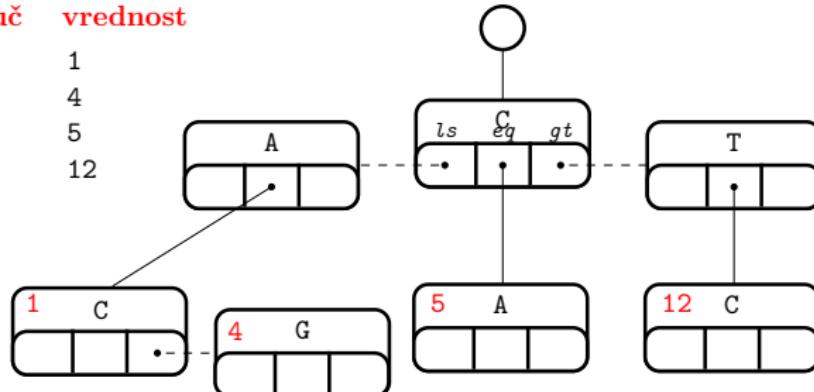
Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Trojiško iskalno drevo (ang. *Ternary Search Trie*) je kompromis obeh prejšnjih metod: hranimo le kazalce na otroke, ki obstajajo, iskanje pa poteka z bisekcijo.

```
1 class TrieNode {  
2     string      str;  
3     void        *value;  
4     TrieNode   *eq;  
5     TrieNode   *ls;  
6     TrieNode   *gt;  
7 };
```

ključ	vrednost
AC	1
AG	4
CA	5
TC	12



# Kako iskati

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

## Kako iščemo?

# Kako iskati

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

## Kako iščemo? Odvisno od scenarija!

# Kako iskati

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

## Kako iščemo? Odvisno od scenarija!

- ▶ Vzorec ves čas isti, besedilo se menja.
- ▶ Besedilo ves čas isto, vzorci se menjajo.

# Kako iskati

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

## Kako iščemo? Odvisno od scenarija!

- ▶ Vzorec ves čas isti, besedilo se menja.
- ▶ Besedilo ves čas isto, vzorci se menjajo.

V prvem primeru porabimo nekaj časa, da spravimo vzorec v obliko, s katero bi hitreje iskali po besedilu.

# Kako iskati

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

## Kako iščemo? Odvisno od scenarija!

- ▶ Vzorec ves čas isti, besedilo se menja.
- ▶ Besedilo ves čas isto, vzorci se menjajo.

V prvem primeru porabimo nekaj časa, da spravimo vzorec v obliko, s katero bi hitreje iskali po besedilu.

V drugem primeru najprej poindeksiramo besedilo, kar traja nekaj časa, vendar bo iskanje po kazalu (in ne neposredno po besedilu) potem bistveno hitreje.

# Iskanje z drsečim oknom (ang. *sliding window*)

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

T: NA DREVESU RASTEJO BANANE.  
P:BANANA

# Iskanje z drsečim oknom (ang. *sliding window*)

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

T: NA DREVESU RASTEJO BANANE.  
P: BANANA

# Iskanje z drsečim oknom (ang. *sliding window*)

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

T: NA DREVESU RASTEJO BANANE.  
P: BANANA

# Iskanje z drsečim oknom (ang. *sliding window*)

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

T: NA DREVESU RASTEJO BANANE.  
P: BANANA

# Iskanje z drsečim oknom (ang. *sliding window*)

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

T: NA DREVESU RASTEJO BANANE.  
P: BANANA

# Iskanje z drsečim oknom (ang. *sliding window*)

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

T: NA DREVESU RASTEJO BANANE.  
P: BANANA

# Iskanje z drsečim oknom (ang. *sliding window*)

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

T: NA DREVESU RASTEJO BANANE.  
P: BANANA

# Iskanje z drsečim oknom (ang. *sliding window*)

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

T: NA DREVESU RASTEJO BANANE.  
P: **BANANA**

# Iskanje z drsečim oknom (ang. *sliding window*)

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

T: NA DREVESU RASTEJO BANANE.  
P: . . .

# Iskanje z drsečim oknom (ang. *sliding window*)

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

T: NA DREVESU RASTEJO **BANANE.**  
P: **BANANA**

# Iskanje z drsečim oknom (ang. *sliding window*)

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

T: NA DREVESU RASTEJO **BANANE.**  
P: **BANANA**

# Iskanje z drsečim oknom (ang. *sliding window*)

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

T: NA DREVESU RASTEJO **BANANE.**

P: **BANANA**

# Iskanje z drsečim oknom (ang. *sliding window*)

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

T: NA DREVESU RASTEJO **BANANE.**

P: **BANANA**

# Iskanje z drsečim oknom (ang. *sliding window*)

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

T: NA DREVESU RASTEJO **BANANE.**

P: **BANANA**

# Iskanje z drsečim oknom (ang. *sliding window*)

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

T: NA DREVESU RASTEJO **BANANE**.  
P: **BANANA**

# Iskanje z drsečim oknom (ang. *sliding window*)

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

T: NA DREVESU RASTEJO **BANANE**.  
P: **BANANA**

Vaja: Koliko časa potrebujemo?

# Iskanje z drsečim oknom (ang. *sliding window*)

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

T: NA DREVESU RASTEJO **BANANE**.  
P: **BANANA**

Vaja: Koliko časa potrebujemo?

Vsaj  $n$  primerjav znakov, če se vedno že prvi znak okna ne ujema in  $O(nm)$ , če je vsak  $m$ -ti znak besedila zgrešitev. npr.  $T = \text{AAABAAABAAABAAAB}$  in  $P = \text{AAAA}$ .

# Algoritem Knuth-Morris-Pratt

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Za podan vzorec zgradimo *deterministični končni avtomat*, v katerega bomo usmerili besedilo. Če se avtomat ustavi, smo na tem mestu besedila našli vzorec.

# Algoritem Knuth-Morris-Pratt

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

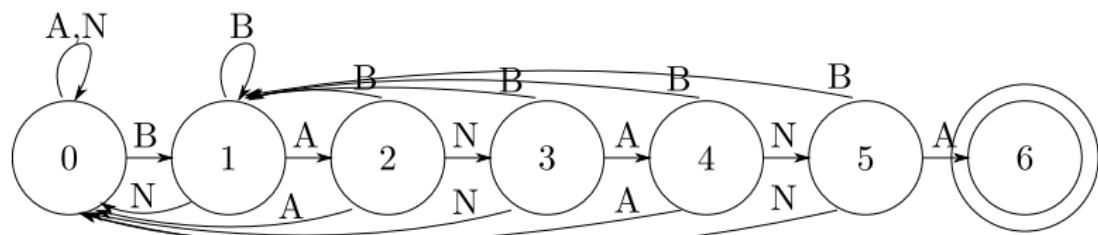
Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Za podan vzorec zgradimo *deterministični končni avtomat*, v katerega bomo usmerili besedilo. Če se avtomat ustavi, smo na tem mestu besedila našli vzorec.

Primer avtomata za vzorec BANANA:



# Algoritem Knuth-Morris-Pratt

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

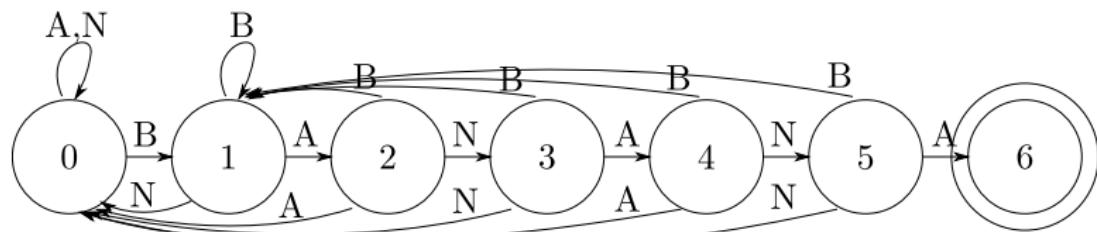
Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Za podan vzorec zgradimo *deterministični končni avtomat*, v katerega bomo usmerili besedilo. Če se avtomat ustavi, smo na tem mestu besedila našli vzorec.

Primer avtomata za vzorec BANANA:



Časovna zahtevnost iskanja z avtomatom je  $O(n)$ .

# Algoritem Knuth-Morris-Pratt nadal.

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

## Algoritem KMP:

```
1 // input: pattern P of length m from alphabet SIGMA
2 // output: deterministic finite automaton as 2-d
      array dfa of dimensions SIGMA*m
3
4 dfa[P[0]][0] = 1;
5
6 for (int X=0, i=1; i<m; i++) {
7     for (int c=0; c<SIGMA; c++) {
8         dfa[c][i] = dfa[c][X];
9     }
10
11     dfa[P[i]][i] = i+1;
12     X = dfa[P[i]][X];
13 }
```

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

# Algoritem Knuth-Morris-Pratt nadal.

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

**Gradnja avtomata za vzorec BANANA:**

# Algoritem Knuth-Morris-Pratt nadal.

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Gradnja avtomata za vzorec BANANA:

$$P = \text{B} \quad \text{A} \quad \text{N} \quad \text{A} \quad \text{N} \quad \text{A}$$

# Algoritem Knuth-Morris-Pratt nadal.

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Gradnja avtomata za vzorec BANANA:

	$P =$	B	A	N	A	N	A
$\Sigma:$		0	1	2	3	4	5
	A						
	B						
	N						

# Algoritem Knuth-Morris-Pratt nadal.

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Gradnja avtomata za vzorec BANANA:

	$P =$	B	A	N	A	N	A
$\Sigma:$		0	1	2	3	4	5
	A	0					
	B		1				
	N			0			

# Algoritem Knuth-Morris-Pratt nadal.

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Gradnja avtomata za vzorec BANANA:

	$P =$	B	A	N	A	N	A
$\Sigma:$		0	1	2	3	4	5
	A	0	2				
	B	1	1				
	N	0	0				

# Algoritem Knuth-Morris-Pratt nadal.

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

## Gradnja avtomata za vzorec BANANA:

	P =	B	A	N	A	N	A
$\Sigma$ :	0	1	2	3	4	5	
A	0	2	0				
B	1	1	1				
N	0	0	3				

# Algoritem Knuth-Morris-Pratt nadal.

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Gradnja avtomata za vzorec BANANA:

	P =	B	A	N	A	N	A
$\Sigma$ :		0	1	2	3	4	5
A		0	2	0	4		
B		1	1	1	1		
N		0	0	3	0		

# Algoritem Knuth-Morris-Pratt nadal.

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

## Gradnja avtomata za vzorec BANANA:

	P =	B	A	N	A	N	A
$\Sigma$ :		0	1	2	3	4	5
A		0	2	0	4	0	
B		1	1	1	1	1	
N		0	0	3	0	5	

# Algoritem Knuth-Morris-Pratt nadal.

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

## Gradnja avtomata za vzorec BANANA:

	P =	B	A	N	A	N	A
$\Sigma$ :	0	1	2	3	4	5	
A	0	2	0	4	0	6	
B	1	1	1	1	1	1	
N	0	0	3	0	5	0	

# Boyer-Moorov algoritmem

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Imejmo  $T = \text{AAABAAABAAABAAAB}$  in  $P = \text{AAAA}$ .

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

# Boyer-Moorov algoritmem

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Imejmo  $T = \text{AAABAAABAAABAAAB}$  in  $P = \text{AAAA}$ .

Premislimo: Prva zgrešitev se pojavi, ko je okno na poziciji  $i = 0$  in znaku  $j = 3$ , če štejemo od 0 dalje.

# Boyer-Moorov algoritmem

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Imejmo  $T = \text{AAABAAABAAABAAAB}$  in  $P = \text{AAAA}$ .

Premislimo: Prva zgrešitev se pojavi, ko je okno na poziciji  $i = 0$  in znaku  $j = 3$ , če štejemo od 0 dalje.

Ideja: Namesto, da premaknemo okno za 1 znak naprej, ga premaknemo za 4 znake naprej, saj ne bo ujemanja!

# Boyer-Moorov algoritmem

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Imejmo  $T = \text{AAABAAABAAABAAAB}$  in  $P = \text{AAAA}$ .

Premislimo: Prva zgrešitev se pojavi, ko je okno na poziciji  $i = 0$  in znaku  $j = 3$ , če štejemo od 0 dalje.

Ideja: Namesto, da premaknemo okno za 1 znak naprej, ga premaknemo za 4 znake naprej, saj ne bo ujemanja!

Za koliko pa lahko okno premaknemo, če se znak nahaja v vzorcu, a se ne ujema?

# Boyer-Moorov algoritmem

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Imejmo  $T = \text{AAABAAABAAABAAAB}$  in  $P = \text{AAAA}$ .

Premislimo: Prva zgrešitev se pojavi, ko je okno na poziciji  $i = 0$  in znaku  $j = 3$ , če štejemo od 0 dalje.

Ideja: Namesto, da premaknemo okno za 1 znak naprej, ga premaknemo za 4 znake naprej, saj ne bo ujemanja!

Za koliko pa lahko okno premaknemo, če se znak nahaja v vzorcu, a se ne ujema?

Primera:

- ▶ Vzorec AAAA: če ni ujemanja, lahko vedno premaknemo okno za 4 mesta naprej, saj je znak *tuj* vzorcu.

# Boyer-Moorov algoritmem

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Imejmo  $T = \text{AAABAAABAAABAAAB}$  in  $P = \text{AAAA}$ .

Premislimo: Prva zgrešitev se pojavi, ko je okno na poziciji  $i = 0$  in znaku  $j = 3$ , če štejemo od 0 dalje.

Ideja: Namesto, da premaknemo okno za 1 znak naprej, ga premaknemo za 4 znake naprej, saj ne bo ujemanja!

Za koliko pa lahko okno premaknemo, če se znak nahaja v vzorcu, a se ne ujema?

Primera:

- ▶ Vzorec AAAA: če ni ujemanja, lahko vedno premaknemo okno za 4 mesta naprej, saj je znak *tuj* vzorcu.
- ▶ Vzorec ABAB: če se pojavi *B* na vhodu in pričakujemo *A*, potem preskočimo le en znak oz. obratno. Za tuje znake isto kot zgoraj premaknemo okno za 4 mesta naprej.

# Boyer-Moorov algoritmom — preskočna tabela

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Okno lahko premaknemo naprej za toliko, da se neujemajoč znak besedila pokriva z zadnjo pojavitvijo znaka v vzorcu.

# Boyer-Moorov algoritmom — preskočna tabela

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Okno lahko premaknemo naprej za toliko, da se neujemajoč znak besedila pokriva z zadnjo pojavitvijo znaka v vzorcu.

Algoritem: Zgradimo preskočno tabelo, ki hrani indekse najbolj desnih pojavitev vseh možnih znakov abecede  $\Sigma$ .

$$P = \quad B \quad A \quad N \quad A \quad N \quad A$$

# Boyer-Moorov algoritmom — preskočna tabela

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Okno lahko premaknemo naprej za toliko, da se neujemajoč znak besedila pokriva z zadnjo pojavitvijo znaka v vzorcu.

Algoritem: Zgradimo preskočno tabelo, ki hrani indekse najbolj desnih pojavitev vseh možnih znakov abecede  $\Sigma$ .

$$P = \begin{array}{ccccccc} & B & A & N & A & N & A \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & \end{array}$$

A

B

N

# Boyer-Moorov algoritmom — preskočna tabela

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Okno lahko premaknemo naprej za toliko, da se neujemajoč znak besedila pokriva z zadnjo pojavitvijo znaka v vzorcu.

Algoritem: Zgradimo preskočno tabelo, ki hrani indekse najbolj desnih pojavitev vseh možnih znakov abecede  $\Sigma$ .

$P =$	B	A	N	A	N	A
	0	1	2	3	4	5
A	-1	1	1	3	3	5
B	0	0	0	0	0	0
N	-1	-1	2	2	4	4

# Boyer-Moorov algoritmom — preskočna tabela

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Okno lahko premaknemo naprej za toliko, da se neujemajoč znak besedila pokriva z zadnjo pojavitvijo znaka v vzorcu.

Algoritem: Zgradimo preskočno tabelo, ki hrani indekse najbolj desnih pojavitev vseh možnih znakov abecede  $\Sigma$ .

$P =$	B	A	N	A	N	A	right[c]
A	-1	1	1	3	3	5	5
B	0	0	0	0	0	0	0
N	-1	-1	2	2	4	4	4

# Boyer-Moorov algoritmom — iskanje

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Iskanje: Okno postavimo na začetek  $i = 0$  in preverjamo znake od desne proti levi  $j = |P| - 1$ :

- ▶ Če se znak  $c$  v besedilu ujema z znakom v oknu, nadaljujemo s preverjanjem naslednjega znaka v oknu in besedilu.

# Boyer-Moorov algoritmom — iskanje

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Iskanje: Okno postavimo na začetek  $i = 0$  in preverjamo znake od desne proti levi  $j = |P| - 1$ :

- ▶ Če se znak  $c$  v besedilu ujema z znakom v oknu, nadaljujemo s preverjanjem naslednjega znaka v oknu in besedilu.
- ▶ Če se  $c$  ne ujema in je  $\text{right}[c] = -1$ , potem premakni okno za  $|P|$  znakov naprej.

# Boyer-Moorov algoritmom — iskanje

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Iskanje: Okno postavimo na začetek  $i = 0$  in preverjamo znake od desne proti levi  $j = |P| - 1$ :

- ▶ Če se znak  $c$  v besedilu ujema z znakom v oknu, nadaljujemo s preverjanjem naslednjega znaka v oknu in besedilu.
- ▶ Če se  $c$  ne ujema in je  $\text{right}[c] = -1$ , potem premakni okno za  $|P|$  znakov naprej.
- ▶ Če se  $c$  ne ujema in  $\text{right}[c] \neq -1$ , potem premaknemo okno za  $j - \text{right}[c]$  znakov.

# Boyer-Moorov algoritmom — iskanje

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Iskanje: Okno postavimo na začetek  $i = 0$  in preverjamo znake od desne proti levi  $j = |P| - 1$ :

- ▶ Če se znak  $c$  v besedilu ujema z znakom v oknu, nadaljujemo s preverjanjem naslednjega znaka v oknu in besedilu.
- ▶ Če se  $c$  ne ujema in je  $\text{right}[c] = -1$ , potem premakni okno za  $|P|$  znakov naprej.
- ▶ Če se  $c$  ne ujema in  $\text{right}[c] \neq -1$ , potem premaknemo okno za  $j - \text{right}[c]$  znakov.
  - ▶ Izjema: V primeru, da bi okno premaknili nazaj, ga premaknemo za 1 znak naprej.

# Boyer-Moorov algoritmom — iskanje

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Iskanje: Okno postavimo na začetek  $i = 0$  in preverjamo znake od desne proti levi  $j = |P| - 1$ :

- ▶ Če se znak  $c$  v besedilu ujema z znakom v oknu, nadaljujemo s preverjanjem naslednjega znaka v oknu in besedilu.
- ▶ Če se  $c$  ne ujema in je  $\text{right}[c] = -1$ , potem premakni okno za  $|P|$  znakov naprej.
- ▶ Če se  $c$  ne ujema in  $\text{right}[c] \neq -1$ , potem premaknemo okno za  $j - \text{right}[c]$  znakov.
  - ▶ Izjema: V primeru, da bi okno premaknili nazaj, ga premaknemo za 1 znak naprej.

T: **NA DREVESU RASTEJO BANANE.**

P: **BANANA**

# Boyer-Moorov algoritmom — iskanje

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Iskanje: Okno postavimo na začetek  $i = 0$  in preverjamo znake od desne proti levi  $j = |P| - 1$ :

- ▶ Če se znak  $c$  v besedilu ujema z znakom v oknu, nadaljujemo s preverjanjem naslednjega znaka v oknu in besedilu.
- ▶ Če se  $c$  ne ujema in je  $\text{right}[c] = -1$ , potem premakni okno za  $|P|$  znakov naprej.
- ▶ Če se  $c$  ne ujema in  $\text{right}[c] \neq -1$ , potem premaknemo okno za  $j - \text{right}[c]$  znakov.
  - ▶ Izjema: V primeru, da bi okno premaknili nazaj, ga premaknemo za 1 znak naprej.

T:NA DREVESU RASTEJO BANANE.

P:

BANANA

# Boyer-Moorov algoritmom — iskanje

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Iskanje: Okno postavimo na začetek  $i = 0$  in preverjamo znake od desne proti levi  $j = |P| - 1$ :

- ▶ Če se znak  $c$  v besedilu ujema z znakom v oknu, nadaljujemo s preverjanjem naslednjega znaka v oknu in besedilu.
- ▶ Če se  $c$  ne ujema in je  $\text{right}[c] = -1$ , potem premakni okno za  $|P|$  znakov naprej.
- ▶ Če se  $c$  ne ujema in  $\text{right}[c] \neq -1$ , potem premaknemo okno za  $j - \text{right}[c]$  znakov.
  - ▶ Izjema: V primeru, da bi okno premaknili nazaj, ga premaknemo za 1 znak naprej.

T:NA DREVESU RASTEJO BANANE.

P:

BANANA

# Boyer-Moorov algoritmom — iskanje

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Iskanje: Okno postavimo na začetek  $i = 0$  in preverjamo znake od desne proti levi  $j = |P| - 1$ :

- ▶ Če se znak  $c$  v besedilu ujema z znakom v oknu, nadaljujemo s preverjanjem naslednjega znaka v oknu in besedilu.
- ▶ Če se  $c$  ne ujema in je  $\text{right}[c] = -1$ , potem premakni okno za  $|P|$  znakov naprej.
- ▶ Če se  $c$  ne ujema in  $\text{right}[c] \neq -1$ , potem premaknemo okno za  $j - \text{right}[c]$  znakov.
  - ▶ Izjema: V primeru, da bi okno premaknili nazaj, ga premaknemo za 1 znak naprej.

T:NA DREVESU RASTEJO BANANE.

P:

BANANA

# Boyer-Moorov algoritmom — iskanje

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Iskanje: Okno postavimo na začetek  $i = 0$  in preverjamo znake od desne proti levi  $j = |P| - 1$ :

- ▶ Če se znak  $c$  v besedilu ujema z znakom v oknu, nadaljujemo s preverjanjem naslednjega znaka v oknu in besedilu.
- ▶ Če se  $c$  ne ujema in je  $\text{right}[c] = -1$ , potem premakni okno za  $|P|$  znakov naprej.
- ▶ Če se  $c$  ne ujema in  $\text{right}[c] \neq -1$ , potem premaknemo okno za  $j - \text{right}[c]$  znakov.
  - ▶ Izjema: V primeru, da bi okno premaknili nazaj, ga premaknemo za 1 znak naprej.

T:NA DREVESU RASTEJO BANANE.

P:

BANANAA

# Rabin-Karpov algoritem (*rolling hash*)

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Uporabimo znanje iz zgoščevalnih tabel:

# Rabin-Karpov algoritem (*rolling hash*)

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Uporabimo znanje iz zgoščevalnih tabel:

1. Najprej izračunamo zgoščeno vrednost vzorca  $H_P$ .

# Rabin-Karpov algoritem (*rolling hash*)

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Uporabimo znanje iz zgoščevalnih tabel:

1. Najprej izračunamo zgoščeno vrednost vzorca  $H_P$ .
2. Postavimo okno na začetek  $i = 0$  in izračunamo zgoščeno vrednost znakov pod oknom  $H_T$ .

# Rabin-Karpov algoritem (*rolling hash*)

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Uporabimo znanje iz zgoščevalnih tabel:

1. Najprej izračunamo zgoščeno vrednost vzorca  $H_P$ .
2. Postavimo okno na začetek  $i = 0$  in izračunamo zgoščeno vrednost znakov pod oknom  $H_T$ .
3. Če  $H_T = H_P$ , preverimo vse znake pod oknom, da se prepričamo o enakosti, in vrnemo mesto pojavitve.

# Rabin-Karpov algoritem (*rolling hash*)

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Uporabimo znanje iz zgoščevalnih tabel:

1. Najprej izračunamo zgoščeno vrednost vzorca  $H_P$ .
2. Postavimo okno na začetek  $i = 0$  in izračunamo zgoščeno vrednost znakov pod oknom  $H_T$ .
3. Če  $H_T = H_P$ , preverimo vse znake pod oknom, da se prepričamo o enakosti, in vrnemo mesto pojavitve.
4. Če  $H_T \neq H_P$ , se premaknemo za en znak naprej, izračunamo novo zgoščeno vrednost znakov pod oknom  $H_T$  in gremo na korak 3.

# Rabin-Karpov algoritem nadal.

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Ideja: Za izračun nove zgoščene vrednosti okna nam ni treba prebrati ponovno vseh znakov v njem, ampak le primnožimo  $a$ , prištejemo vrednost novega znaka in odstranimo zgoščeno vrednost najstarejšega znaka. V konstantnem času tako premaknemo okno za en znak naprej.

# Rabin-Karpov algoritem nadal.

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Ideja: Za izračun nove zgoščene vrednosti okna nam ni treba prebrati ponovno vseh znakov v njem, ampak le primnožimo  $a$ , prištejemo vrednost novega znaka in odstranimo zgoščeno vrednost najstarejšega znaka. V konstantnem času tako premaknemo okno za en znak naprej.

Robin-Karpova zgoščevalna funkcija:

$$H = c_1 a^{|P|-1} + c_2 a^{|P|-2} + \dots + c_{|P|} a^0$$

# Rabin-Karpov algoritem nadal.

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Ideja: Za izračun nove zgoščene vrednosti okna nam ni treba prebrati ponovno vseh znakov v njem, ampak le primnožimo  $a$ , prištejemo vrednost novega znaka in odstranimo zgoščeno vrednost najstarejšega znaka. V konstantnem času tako premaknemo okno za en znak naprej.

Robin-Karpova zgoščevalna funkcija:

$$H = c_1 a^{|P|-1} + c_2 a^{|P|-2} + \dots + c_{|P|} a^0$$

Ko pride nov znak  $c'$ , odstranimo najstarejši znak  $c_{old}$  in izračunamo nov

$$H' = H \cdot a - c_{old} \cdot a^{|P|} + c'$$

# Pripomsko drevo (ang. *Suffix tree*)

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Številsko drevo omogoča iskanje po začetkih besed. Kaj pa po korenju ali pripomni?

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

# Pripomsko drevo (ang. *Suffix tree*)

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Številsko drevo omogoča iskanje po začetkih besed. Kaj pa po korenju ali pripomni?

Pripomsko drevo je stisnjeno številsko drevo, ki hrani vse predpone besedila (ali besed).

# Pripomsko drevo (ang. *Suffix tree*)

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Številsko drevo omogoča iskanje po začetkih besed. Kaj pa po korenju ali pripomni?

Pripomsko drevo je stisnjeno številsko drevo, ki hrani vse predpone besedila (ali besed).

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11  
T=ABRAKADABRA\$

# Pripomsko drevo (ang. *Suffix tree*)

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Številsko drevo omogoča iskanje po začetkih besed. Kaj pa po korenju ali pripomni?

Pripomsko drevo je stisnjeno številsko drevo, ki hrani vse predpone besedila (ali besed).

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11  
T=ABRAKADABRA\$

- 0 ABRAKADABRA\$
- 1 BRAKADABRA\$
- 2 RAKADABRA\$
- 3 AKADABRA\$
- 4 KADABRA
- 5 ADABRA\$
- 6 DABRA\$
- 7 ABRA\$
- 8 BRA\$
- 9 RA\$
- 10 A\$
- 11 \$

# Pripomsko drevo (ang. Suffix tree)

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

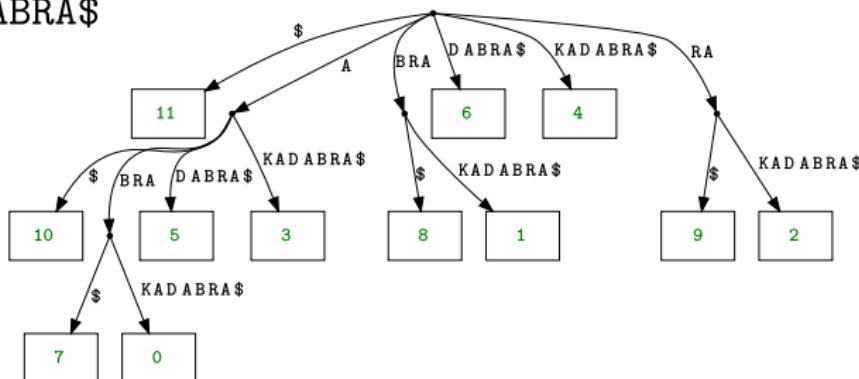
Vaje in naloge

Številsko drevo omogoča iskanje po začetkih besed. Kaj pa po korenju ali pripomni?

Pripomsko drevo je stisnjeno številsko drevo, ki hrani vse predpone besedila (ali besed).

$T = \text{ABRAKADABRA\$}$

0 ABRAKADABRA\$  
1 BRAKADABRA\$  
2 RAKADABRA\$  
3 AKADABRA\$  
4 KADABRA  
5 ADABRA\$  
6 DABRA\$  
7 ABRA\$  
8 BRA\$  
9 RA\$  
10 A\$  
11 \$



# Pripomsko polje (ang. *Suffix array*)

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Pripomsko polje je varianta pripomskega drevesa, zapisana v polju.

# Pripomsko polje (ang. *Suffix array*)

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Pripomsko polje je varianta pripomskega drevesa, zapisana v polju.

Iskanje: podobno kot v urejem polju običajnih števil — z bisekcijo!

# Pripomsko polje (ang. *Suffix array*)

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Pripomsko polje je varianta pripomskega drevesa, zapisana v polju.

Iskanje: podobno kot v urejem polju običajnih števil — z bisekcijo!

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11  
T=ABRAKADABRA\$

# Pripomsko polje (ang. *Suffix array*)

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Pripomsko polje je varianta pripomskega drevesa, zapisana v polju.

Iskanje: podobno kot v urejem polju običajnih števil — z bisekcijo!

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11  
T=ABRAKADABRA\$

- 0 ABRAKADABRA\$
- 1 BRAKADABRA\$
- 2 RAKADABRA\$
- 3 AKADABRA\$
- 4 KADABRA
- 5 ADABRA\$
- 6 DABRA\$
- 7 ABRA\$
- 8 BRA\$
- 9 RA\$
- 10 A\$
- 11 \$

# Pripomsko polje (ang. *Suffix array*)

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Pripomsko polje je varianta pripomskega drevesa, zapisana v polju.

Iskanje: podobno kot v urejem polju običajnih števil — z bisekcijo!

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11  
T=ABRAKADABRA\$

11	\$
10	A\$
7	ABRA\$
0	ABRAKADABRA\$
5	ADABRA\$
3	AKADABRA\$
8	BRA\$
1	BRAKADABRA\$
6	DABRA\$
4	KADABRA
9	RA\$
12	RAKADABRA\$

# Pripomsko polje (ang. *Suffix array*)

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Pripomsko polje je varianta pripomskega drevesa, zapisana v polju.

Iskanje: podobno kot v urejem polju običajnih števil — z bisekcijo!

T=ABRAKADABRA\$  
SA  
11 \$  
10 A\$  
7 ABRA\$  
0 ABRAKADABRA\$  
5 ADABRA\$  
3 AKADABRA\$  
8 BRA\$  
1 BRAKADABRA\$  
6 DABRA\$  
4 KADABRA  
9 RA\$  
12 RAKADABRA\$

## Priponsko polje (ang. *Suffix array*)

### Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

## Hramba besedila

## Iskanje vzorca v besedilu

Podobnost  
med nizi

## Vaje in naloge

Pripomsko polje je varianta pripomskega drevesa, zapisana v polju.

Iskanje: podobno kot v urejem polju običajnih števil — z bisekcijo!

```

  0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11
T=ABRAKADABRA$  

LCP SA  

/ 11 $  

0 10 A$  

1 7 ABRA$  

4 0 ABRAKADABRA$  

1 5 ADABRA$  

1 3 AKADABRA$  

0 8 BRA$  

3 1 BRAKADABRA$  

0 6 DABRA$  

0 4 KADABRA  

0 9 RA$  

2 12 RAKADABRA$
```

# Priponsko polje (ang. *Suffix array*) nadal.

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Enostavna (sicer ne prav učinkovita) gradnja — uporabimo splošen algoritem za urejanje in sprogramiramo svoj comparator.

# Priponsko polje (ang. *Suffix array*) nadal.

Delo z nizi

Matevž  
Jekovc

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Enostavna (sicer ne prav učinkovita) gradnja — uporabimo splošen algoritmom za urejanje in sprogramiramo svoj comparator.

```
1 const char *text="abcabc";
2 const int N=6;
3
4 bool suffixCompare( int a, int b ) {
5     int i;
6     for (i=0; (i<N - max(a,b)) &&
7          (text[a+i])==(text[b+i]); i++);
8
9     if ( i == N - max(a,b) ) { return a>b; }
10    else { return (text[a+i] < text[b+i]); }
11 }
12
13 int main() {
14     vector<int> sa = {0,1,2,3,4,5};
15     std::sort(sa.begin(), sa.end(), suffixCompare);
16 }
```

# Podobnost med nizi

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Levenshteinova razdalja ali *urejevalna razdalja*  $\delta$  med dvema nizoma  $T_1$  in  $T_2$  je najmanjše število vstavljanj, brisanj ali zamenjav posameznih znakov, da spremenimo  $T_1$  v  $T_2$ .

# Izračun Levenshteinove razdalje

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Formula za izračun razdalje med nizi  $T_1[0..i]$  in  $T_2[0..j]$ :

$$\delta(i, j) = \min \begin{cases} \delta(i - 1, j) + 1 \\ \delta(i, j - 1) + 1 \\ \delta(i - 1, j - 1) + 1 & \text{če } T_1[i] \neq T_2[j] \\ \delta(i - 1, j - 1) & \text{če } T_1[i] = T_2[j] \end{cases}$$

# Izračun Levenshteinove razdalje

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Formula za izračun razdalje med nizi  $T_1[0..i]$  in  $T_2[0..j]$ :

$$\delta(i, j) = \min \begin{cases} \delta(i - 1, j) + 1 \\ \delta(i, j - 1) + 1 \\ \delta(i - 1, j - 1) + 1 & \text{če } T_1[i] \neq T_2[j] \\ \delta(i - 1, j - 1) & \text{če } T_1[i] = T_2[j] \end{cases}$$

Izračun razdalje se naredi z Levenshteinovo matriko:

# Izračun Levenshteinove razdalje

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Formula za izračun razdalje med nizi  $T_1[0..i]$  in  $T_2[0..j]$ :

$$\delta(i, j) = \min \begin{cases} \delta(i - 1, j) + 1 \\ \delta(i, j - 1) + 1 \\ \delta(i - 1, j - 1) + 1 & \text{če } T_1[i] \neq T_2[j] \\ \delta(i - 1, j - 1) & \text{če } T_1[i] = T_2[j] \end{cases}$$

Izračun razdalje se naredi z Levenshteinovo matriko:

B A N A N A

# Izračun Levenshteinove razdalje

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Formula za izračun razdalje med nizi  $T_1[0..i]$  in  $T_2[0..j]$ :

$$\delta(i, j) = \min \begin{cases} \delta(i - 1, j) + 1 \\ \delta(i, j - 1) + 1 \\ \delta(i - 1, j - 1) + 1 & \text{če } T_1[i] \neq T_2[j] \\ \delta(i - 1, j - 1) & \text{če } T_1[i] = T_2[j] \end{cases}$$

Izračun razdalje se naredi z Levenshteinovo matriko:

	B	A	N	A	N	A
0	1	2	3	4	5	6
A	1					
N	2					
A	3					
N	4					
A	5					
S	6					

# Izračun Levenshteinove razdalje

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Formula za izračun razdalje med nizi  $T_1[0..i]$  in  $T_2[0..j]$ :

$$\delta(i, j) = \min \begin{cases} \delta(i - 1, j) + 1 \\ \delta(i, j - 1) + 1 \\ \delta(i - 1, j - 1) + 1 & \text{če } T_1[i] \neq T_2[j] \\ \delta(i - 1, j - 1) & \text{če } T_1[i] = T_2[j] \end{cases}$$

Izračun razdalje se naredi z Levenshteinovo matriko:

	B	A	N	A	N	A
0	1	2	3	4	5	6
A	1	1	1	2	3	4
N	2					
A	3					
N	4					
A	5					
S	6					

# Izračun Levenshteinove razdalje

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Formula za izračun razdalje med nizi  $T_1[0..i]$  in  $T_2[0..j]$ :

$$\delta(i, j) = \min \begin{cases} \delta(i - 1, j) + 1 \\ \delta(i, j - 1) + 1 \\ \delta(i - 1, j - 1) + 1 & \text{če } T_1[i] \neq T_2[j] \\ \delta(i - 1, j - 1) & \text{če } T_1[i] = T_2[j] \end{cases}$$

Izračun razdalje se naredi z Levenshteinovo matriko:

	B	A	N	A	N	A
B	0	1	2	3	4	5
A	1	1	1	2	3	4
N	2	2	2	1	2	3
A	3					
N	4					
A	5					
S	6					

# Izračun Levenshteinove razdalje

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Formula za izračun razdalje med nizi  $T_1[0..i]$  in  $T_2[0..j]$ :

$$\delta(i, j) = \min \begin{cases} \delta(i - 1, j) + 1 \\ \delta(i, j - 1) + 1 \\ \delta(i - 1, j - 1) + 1 & \text{če } T_1[i] \neq T_2[j] \\ \delta(i - 1, j - 1) & \text{če } T_1[i] = T_2[j] \end{cases}$$

Izračun razdalje se naredi z Levenshteinovo matriko:

	B	A	N	A	N	A
B	0	1	2	3	4	5
A	1	1	1	2	3	4
N	2	2	2	1	2	3
A	3	3	2	2	1	2
N	4					
A	5					
S	6					

# Izračun Levenshteinove razdalje

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Formula za izračun razdalje med nizi  $T_1[0..i]$  in  $T_2[0..j]$ :

$$\delta(i, j) = \min \begin{cases} \delta(i - 1, j) + 1 \\ \delta(i, j - 1) + 1 \\ \delta(i - 1, j - 1) + 1 & \text{če } T_1[i] \neq T_2[j] \\ \delta(i - 1, j - 1) & \text{če } T_1[i] = T_2[j] \end{cases}$$

Izračun razdalje se naredi z Levenshteinovo matriko:

	B	A	N	A	N	A
B	0	1	2	3	4	5
A	1	1	1	2	3	4
N	2	2	2	1	2	3
A	3	3	2	2	1	2
N	4	4	3	2	2	1
A	5					
S	6					

# Izračun Levenshteinove razdalje

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Formula za izračun razdalje med nizi  $T_1[0..i]$  in  $T_2[0..j]$ :

$$\delta(i, j) = \min \begin{cases} \delta(i - 1, j) + 1 \\ \delta(i, j - 1) + 1 \\ \delta(i - 1, j - 1) + 1 & \text{če } T_1[i] \neq T_2[j] \\ \delta(i - 1, j - 1) & \text{če } T_1[i] = T_2[j] \end{cases}$$

Izračun razdalje se naredi z Levenshteinovo matriko:

	B	A	N	A	N	A
B	0	1	2	3	4	5
A	1	1	1	2	3	4
N	2	2	2	1	2	3
A	3	3	2	2	1	2
N	4	4	3	2	2	1
A	5	5	4	3	2	2
S	6					

# Izračun Levenshteinove razdalje

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Formula za izračun razdalje med nizi  $T_1[0..i]$  in  $T_2[0..j]$ :

$$\delta(i, j) = \min \begin{cases} \delta(i - 1, j) + 1 \\ \delta(i, j - 1) + 1 \\ \delta(i - 1, j - 1) + 1 & \text{če } T_1[i] \neq T_2[j] \\ \delta(i - 1, j - 1) & \text{če } T_1[i] = T_2[j] \end{cases}$$

Izračun razdalje se naredi z Levenshteinovo matriko:

	B	A	N	A	N	A
B	0	1	2	3	4	5
A	1	1	1	2	3	4
N	2	2	2	1	2	3
A	3	3	2	2	1	2
N	4	4	3	2	2	1
A	5	5	4	3	2	1
S	6	6	5	4	3	2

# Izračun Levenshteinove razdalje

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Formula za izračun razdalje med nizi  $T_1[0..i]$  in  $T_2[0..j]$ :

$$\delta(i, j) = \min \begin{cases} \delta(i - 1, j) + 1 \\ \delta(i, j - 1) + 1 \\ \delta(i - 1, j - 1) + 1 & \text{če } T_1[i] \neq T_2[j] \\ \delta(i - 1, j - 1) & \text{če } T_1[i] = T_2[j] \end{cases}$$

Izračun razdalje se naredi z Levenshteinovo matriko:

	B	A	N	A	N	A
B	0	1	2	3	4	5
A	1	1	1	2	3	4
N	2	2	2	1	2	3
A	3	3	2	2	1	2
N	4	4	3	2	2	1
A	5	5	4	3	2	1
S	6	6	5	4	3	2

Levenshteinova razdalja se nahaja spodnjem desnem kotu  $\delta(|T_1|, |T_2|)$ .

# Izračun Levenshteinove razdalje

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Formula za izračun razdalje med nizi  $T_1[0..i]$  in  $T_2[0..j]$ :

$$\delta(i, j) = \min \begin{cases} \delta(i - 1, j) + 1 \\ \delta(i, j - 1) + 1 \\ \delta(i - 1, j - 1) + 1 & \text{če } T_1[i] \neq T_2[j] \\ \delta(i - 1, j - 1) & \text{če } T_1[i] = T_2[j] \end{cases}$$

Izračun razdalje se naredi z Levenshteinovo matriko:

	B	A	N	A	N	A
0	0	1	2	3	4	5
A	1	1	1	2	3	4
N	2	2	2	1	2	3
A	3	3	2	2	1	2
N	4	4	3	2	2	1
A	5	5	4	3	2	1
S	6	6	5	4	3	2

Levenshteinova razdalja se nahaja spodnjem desnem kotu  $\delta(|T_1|, |T_2|)$ . Pot nam pove, katere ukaze je potrebno izvesti.

# Najdaljši skupni podniz (*longest common substr.*)

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Za izračun najdaljšega skupnega podniza lahko uporabimo priponsko drevo obeh nizov in pogledamo najgloblje skupno vozlišče.

# Najdaljši skupni podniz (*longest common substr.*)

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Za izračun najdaljšega skupnega podniza lahko uporabimo priponsko drevo obeh nizov in pogledamo najgloblje skupno vozlišče.

Lahko pa uporabimo matriko, podobno Levenshteinovi, le da spremenimo pogoj:

$$LCSuff(T_1[1..i], T_2[1..j]) =$$

$$\begin{cases} LCSuff(T_1[1..i - 1], T_2[1..j - 1]) + 1 & \text{če } T_1[i] = T_2[j] \\ 0 & \text{sicer} \end{cases}$$

# Najdaljši skupni podniz (*longest common substr.*)

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Za izračun najdaljšega skupnega podniza lahko uporabimo priponsko drevo obeh nizov in pogledamo najgloblje skupno vozlišče.

Lahko pa uporabimo matriko, podobno Levenshteinovi, le da spremenimo pogoj:

$$LCSuff(T_1[1..i], T_2[1..j]) =$$

$$\begin{cases} LCSuff(T_1[1..i - 1], T_2[1..j - 1]) + 1 & \text{če } T_1[i] = T_2[j] \\ 0 & \text{sicer} \end{cases}$$

	B	A	N	A	N	A
0	0	0	0	0	0	0
A	0	0	1	0	1	0
N	0	0	0	2	0	2
A	0	0	1	0	3	0
N	0	0	0	2	0	4
A	0	0	0	0	3	0
S	0	0	0	0	0	5

# Najdaljše skupno podzaporedje (LCS)

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Najdaljše skupno podzaporedje (ang. *longest common sequence*) je podobno najdaljšemu skupnemu podnizu, le da se lahko med posameznimi znaki, ki so prisotni v obeh nizih, vrinjeni tudi tuji znaki.

# Najdaljše skupno podzaporedje ( $LCS$ )

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Najdaljše skupno podzaporedje (ang. *longest common sequence*) je podobno najdaljšemu skupnemu podnizu, le da se lahko med posameznimi znaki, ki so prisotni v obeh nizih, vrinjeni tudi tuji znaki.

$$LCS(T_1[1..i], T_2[1..j]) =$$

$$\begin{cases} LCS(T_1[1..i - 1], T_2[1..j - 1]) + 1 & \text{če } T_1[i] = T_2[j] \\ \max(LCS(T_1[1..i], T_2[1..j - 1]), LCS(T_1[1..i - 1], T_2[1..j])) & \text{če } T_1[i] \neq T_2[j] \end{cases}$$

# Najdaljše skupno podzaporedje (*LCS*)

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Najdaljše skupno podzaporedje (ang. *longest common sequence*) je podobno najdaljšemu skupnemu podnizu, le da se lahko med posameznimi znaki, ki so prisotni v obeh nizih, vrinjeni tudi tuji znaki.

$$LCS(T_1[1..i], T_2[1..j]) =$$

$$\begin{cases} LCS(T_1[1..i - 1], T_2[1..j - 1]) + 1 & \text{če } T_1[i] = T_2[j] \\ \max(LCS(T_1[1..i], T_2[1..j - 1]), LCS(T_1[1..i - 1], T_2[1..j])) & \text{če } T_1[i] \neq T_2[j] \end{cases}$$

	B	A	N	A	N	A
0	0	0	0	0	0	0
A	0	0	1	1	1	1
N	0	0	1	2	2	2
A	0	0	1	2	3	3
N	0	0	1	2	3	4
A	0	0	1	2	3	5
S	0	0	1	2	3	5

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Burkhard-Kellerjevo drevo se uporablja pri črkovalnikih in je uporabno za iskanje podobnih besed. Vozlišča predstavljajo besede, povezave med vozlišči pa njihovo urejevalno razdaljo.

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Burkhard-Kellerjevo drevo se uporablja pri črkovalnikih in je uporabno za iskanje podobnih besed. Vozlišča predstavljajo besede, povezave med vozlišči pa njihovo urejevalno razdaljo. Gradnja: Začnemo s poljubnim pojmom. Nato dodamo novo geslo tako, da izračunamo urejevalno razdaljo  $D$  med trenutnim vozliščem in novim gesлом. Če povezava v smeri razdalje ne obstaja, novo geslo pridnemo obstoječemu vozlišču. Sicer sledimo povezavi in izračunamo urejevalno razdaljo med novim vozliščem in našim gesлом.

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

Burkhard-Kellerjevo drevo se uporablja pri črkovalnikih in je uporabno za iskanje podobnih besed. Vozlišča predstavljajo besede, povezave med vozlišči pa njihovo urejevalno razdaljo. Gradnja: Začnemo s poljubnim pojmom. Nato dodamo novo geslo tako, da izračunamo urejevalno razdaljo  $D$  med trenutnim vozliščem in novim gesлом. Če povezava v smeri razdalje ne obstaja, novo geslo pridnemo obstoječemu vozlišču. Sicer sledimo povezavi in izračunamo urejevalno razdaljo med novim vozliščem in našim gesлом.

Iskanje najbolj podobnih besed z urejevalno razdaljo  $\delta$ : Začnemo pri korenju in izračunamo urejevalno razdaljo  $D$  med iskanim geslom in trenutnim vozliščem. Če je  $D \leq \delta$ , potem izpišemo trenutno vozlišče. Preiskujemo tiste otroke, ki imajo razdaljo  $\geq D - \delta$  ali  $\leq D + \delta$ .

# BK-drevo nadal.

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

**gesla**

**ura**

**urar**

**urnik**

**avto**

**pes**

**pesem**

# BK-drevo nadal.

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

gesla

ura

ura

urar

urnik

avto

pes

pesem

# BK-drevo nadal.

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

**gesla**

ura

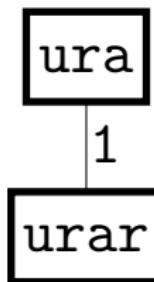
urar

urnik

avto

pes

pesem



# BK-drevo nadal.

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

**gesla**

ura

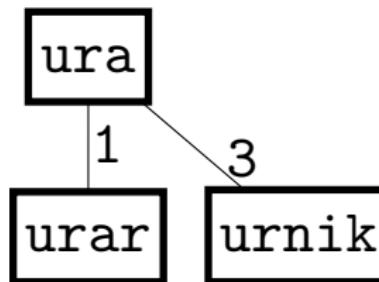
urar

urnik

avto

pes

pesem



# BK-drevo nadal.

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

**gesla**

ura

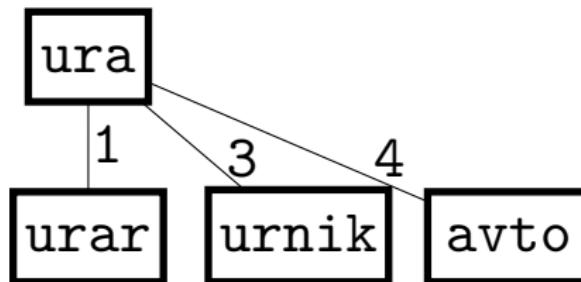
urar

urnik

avto

pes

pesem



# BK-drevo nadal.

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

**gesla**

ura

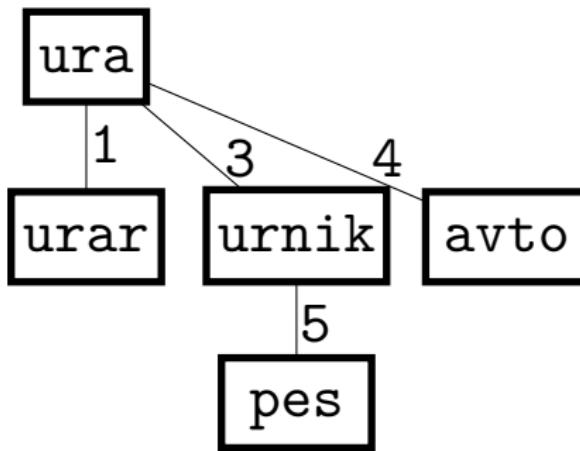
urar

urnik

avto

pes

pesem



# BK-drevo nadal.

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

**gesla**

ura

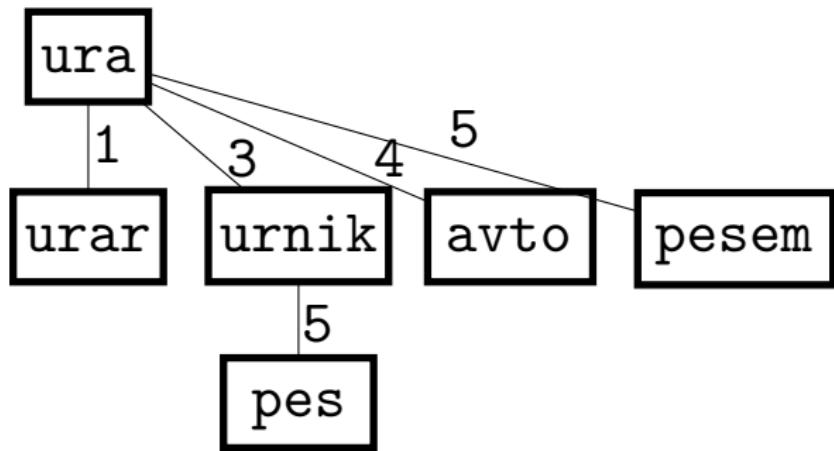
urar

urnik

avto

pes

pesem



# BK-drevo nadal.

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

**gesla**

ura

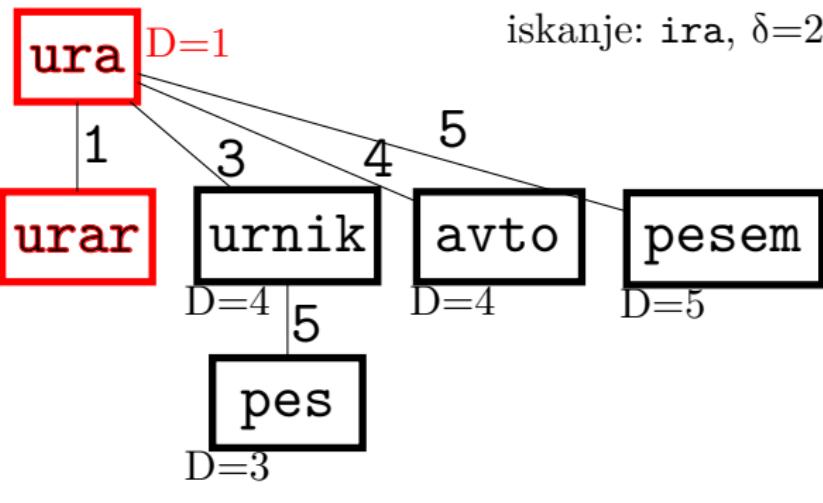
urar

urnik

avto

pes

pesem



# Vaje in Naloge

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

## Vaje:

- ▶ S pomočjo urejanja (npr. quicksort) uredi vnešene nize po abecedi.
- ▶ Sprogramiraj številsko drevo, ki podpira operaciji vstavljanja in iskanja.
- ▶ Sprogramiraj gradnjo in iskanje po priponskem polju.
- ▶ Sprogramiraj BK-drevo, ki podpira operaciji vstavljanja in iskanja.
- ▶ Sprogramiraj Edit Distance, Longest Common Substring in Longest Common Subsequence s pomočjo dinamičnega programiranja.

Delo z nizi

Matevž  
Jekovec

Uvod

Hramba  
besedila

Iskanje vzorca  
v besedilu

Podobnost  
med nizi

Vaje in naloge

## Vaje:

- ▶ S pomočjo urejanja (npr. quicksort) uredi vnešene nize po abecedi.
- ▶ Sprogramiraj številsko drevo, ki podpira operaciji vstavljanja in iskanja.
- ▶ Sprogramiraj gradnjo in iskanje po priponskem polju.
- ▶ Sprogramiraj BK-drevo, ki podpira operaciji vstavljanja in iskanja.
- ▶ Sprogramiraj Edit Distance, Longest Common Substring in Longest Common Subsequence s pomočjo dinamičnega programiranja.

## UVa naloge:

[499 What's The Frequency, Kenneth?](#)

[454 Anagrams](#)

[164 String Computer - Edit distance](#)

[290 Palindroms ↔ smordnilaP](#)

[335 Processing MX Records](#)