

Domača naloga #7: dinamično programiranje 2

Priprave na računalniške olimpijade 2018/19

Tomaž Hočevar
tomaz.hocevar@fri.uni-lj.si

A. DZY Loves Sequences

Obravnavamo tri primere:

- Celotno zaporedje je naraščajoče, zato ni treba spremeniti nobenega števila.
- Najdaljši naraščajoči del zaporedja lahko podaljšamo za 1 s spremembo enega števila na levi ali desni strani.
- S spremembo števila na mestu i bomo združili dva naraščajoča dela. Veljati mora $a_{i-1} + 2 \leq a_{i+1}$.

V vseh primerih nam pridejo prav podatki o najdaljših naraščajočih delih, ki se začnejo oz. končajo na mestu i . Prve lahko izračunamo v linearnem času po vrsti od desne proti levi, druge pa ravno obratno.

B. Substring and Subsequence

Definirajmo podproblem $f(i, j)$, ki predstavlja rešitev, če se omejimo na podniz, ki se konča točno na mestu i in na podzaporedje, ki se pojavi nekje v prvih j znakih. Če sta i -ta in j -ta črka različni ($s_i \neq t_j$), moramo poiskati podzaporedje nekje med prvimi $j - 1$ znaki ($f(i, j) = f(i, j - 1)$). Če sta črki enaki, pa lahko poleg prejšnje možnosti uporabimo ta par črk kot zadnji del rešitve ali pa kot samostojno rešitev dolžine 1 ($f(i, j) = f(i, j - 1) + f(i - 1, j - 1) + 1$).

C. Shooting Gallery

Pričakovano število zadetih tarč je enako vsoti verjetnosti zadetkov tarč, ki jih ciljamo. Tarče, ki jih bomo ciljali, si bodo sledile po naraščajočem času pojavitve. Če tarče uredimo po času, smo zmanjšali prostor rešitev z $O(n^n)$ na $O(2^n)$, kjer moramo samo še izbrati neko podmnožico že urejenih tarč. Naj $f(i)$ predstavlja iskano vrednost, če se omejimo na prvih i tarč, pri čemer smo kot zadnjo ciljali prav i -to tarčo. Rešitev podproblema poiščemo tako, da preverimo vse možne predzadnje tarče $j < i$, ki so dovolj blizu i -te. Zanje imamo podproblem že rešen. Razdalja med tarčama i in j mora biti dovolj kratka, da se lahko v razpoložljivem času $t_i - t_j$ premaknemo med njima. Rešitev ima časovno zahtevnost $O(n^2)$.