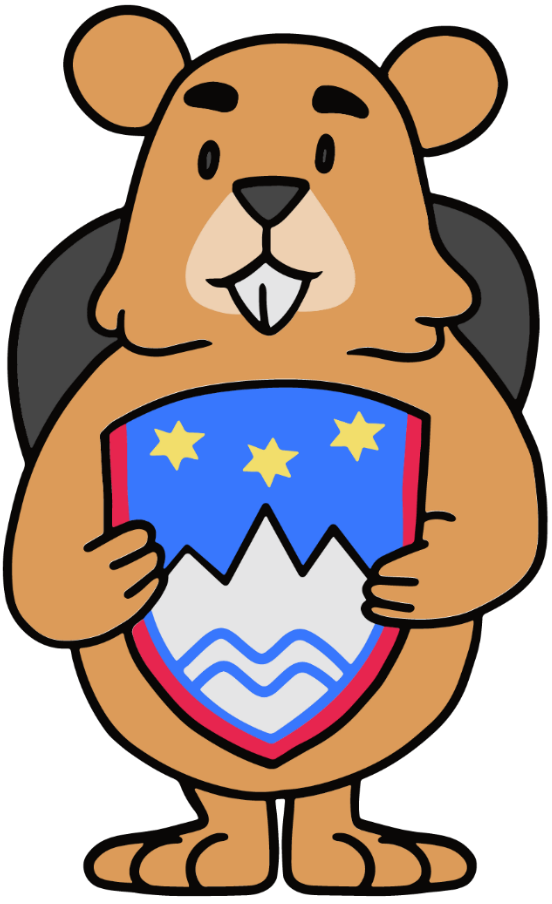
Bober 2024/25

Naloge za tekmovanje smo uredili, prevedli, priredili in oblikovali:

Alenka Kavčič (UL FRI)
Nežka Rugelj (OŠ Trzin)
Rok Požar (UP)
Špela Cerar (UL PEF)



Bebras
ACM Slovenija

Naloge in rešitve

Programski svet tekmovanja ACM Bober za šolsko leto 2024/2025:

Alenka Kavčič (UL FRI)
Nežka Rugelj (OŠ Trzin)
Rok Požar (UP)
Špela Cerar (UL PEF)

Razvoj tekmovalnega sistema:

Gašper Fele Žorž (UL FRI)
Gregor Jerše (UL FRI)

Slika na naslovnici:

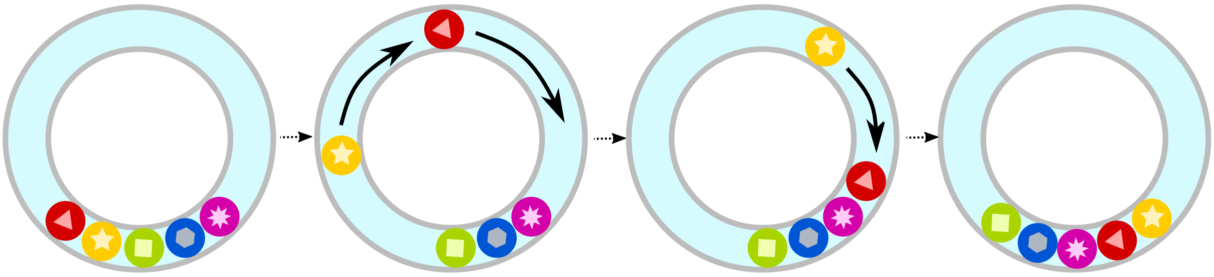
Miha Goršin (GZS)

Kazalo

Ropotuljica 1

2. razred

Oliver ima prozorno ropotuljico z barvnimi kroglicami. Ko jo strese, se nekaj kroglic zakotali na drugo stran, kot kaže slika.



Oliver ponovno strese ropotuljico. Na kateri sliki je njegova ropotuljica?

A)

B)

C)

D)

Rešitev

Oliverjeva ropotuljica je na sliki B.

Na sliki A sta modra in zelena kroglica zamenjani. Modra kroglica bi morala biti med zeleno in vijolično, ne med zeleno in rumeno kroglico.

Na sliki C sta na napačnem mestu rumena in zelena kroglica. Modra kroglica bi morala biti med zeleno in vijolično kroglico, na sliki C pa je med rumeno in vijolično kroglico.

Na sliki D sta na napačnem mestu rumena in rdeča kroglica. Rumena kroglica bi morala biti med zeleno in rdečo, namesto tega pa je med vijolično in rdečo kroglico.

Računalniško ozadje

V računalništvu je pomembno, da so podatki ustrezno shranjeni. Ropotuljica v nalogi je podobna krožno povezanemu seznamu, pri katerem je začetek seznama povezan z njegovim koncem.

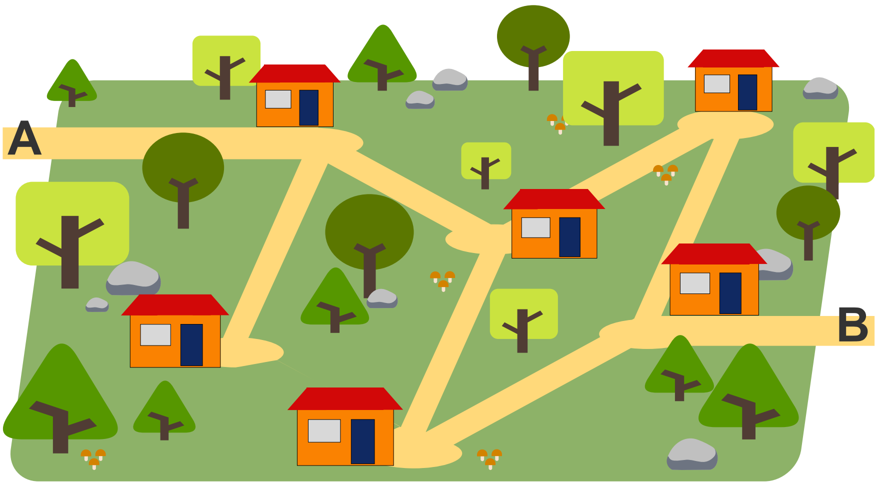
Pot skozi vas

2. in 3. razred

Vsak avto, ki pelje po cesti od A do B, pelje skozi vas na sliki.

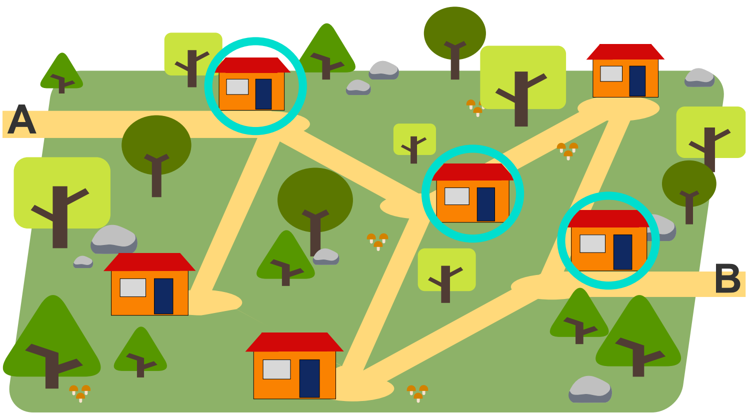
Mici se pritožuje: »Vsak avto, ki pelje skozi vas, pelje mimo moje hiše.«

Obkroži hiše, v katerih lahko živi Mici, če trditev drži.



Rešitev

Mici lahko živi v eni od treh hiš, mimo katerih pelje vsak avto, ki prečka vas na sliki. Skozi vas vodita dve poti, le ena od hiš pa ne leži ob cesti skozi vas. Obe poti vodita mimo treh hiš v vasi. To so hiše, ki so na sliki obkrožene z modro barvo:



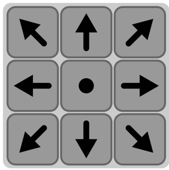
Računalniško ozadje

Pri iskanju poti med dvema točkama si dandanes velikokrat pomagamo z računalniškimi programi, ki nam pokažejo možne poti. V nalogi si ti namesto računalnika poiskal/a poti skozi vas.

Sladoled 1

2. in 3. razred

V novi slaščičarni sladoled postreže robot. Med številnimi okusi kupci izbirajo tako, da s pritiskanjem gumbov premaknejo robotovo roko do izbranega okusa in pritisnejo •, da jim robotova roka doda kepico tega sladoleda. Ko izberejo tri kepice, jim robot postreže sladoled.



Robot svojo roko na začetku vedno postavi na sredino spodnje vrste.

Če zaporedno pritisnemo na gumbe ← • ↑ ↑ ↗ • ↘ ↘ ↓ •, robot postreže sladoled z okusi  čokolade,  slive in  kave.

Na zgornji sliki obkroži okuse sladoleda, ki jih postreže robot, če zaporedno pritisneš na gumbe → • ↖ ← ← • ↑ ↑ •..

Rešitev

Robot postreže sladoled z okusi vanilije , jagode  in češnje .

Računalniško ozadje

Računalnik sledi ukazom, ki jih napiše programer. Robot pa je postregel sladoled, ki ga je sestavil po ukazih kupca.

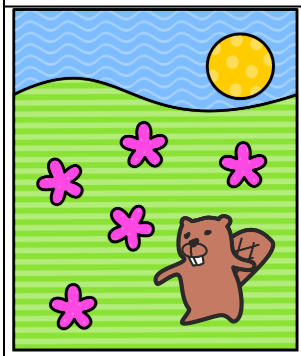
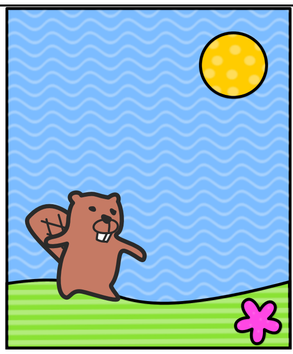
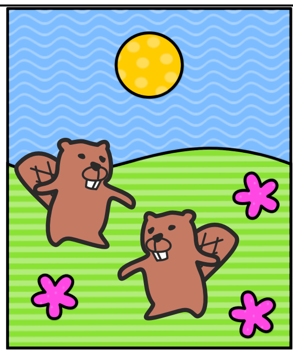
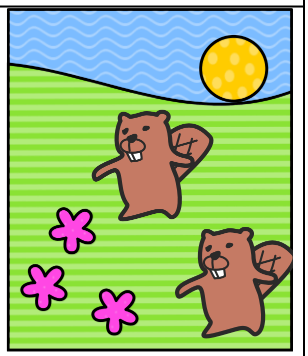
Slikanje

2. in 3. razred

Beti je imela na začetku 5 **polnih** tub tempera barv. Po koncu slikanja so ji ostale naslednje količine posamezne barve:

Več kot je barve na sliki, več barve je porabila.

Katero sliko je naslikala Beti?

A)	B)	C)	D)
			

Rešitev

Pravilen odgovor je D.

Na sliki je največ zelene barve, sledita približno enaki količini modre in rjave, najmanj je rumene in roza barve, kar je ravno obratno od količine barve, ki je ostala v tubah.

Na sliki A je več roza barve kot rumene barve, čeprav bi moralo biti glede na količino barve v tubah na sliki enaka količina barve.

Na sliki B je največ modre barve, kar pomeni, da bi v tem primeru Beti porabila več modre kot zelene barve, čeprav je ravno obratno.

Na sliki C je uporabljena približno enaka količina modre in zelene barve, kar tudi ni skladno s količino barve v tubah.

Računalniško ozadje

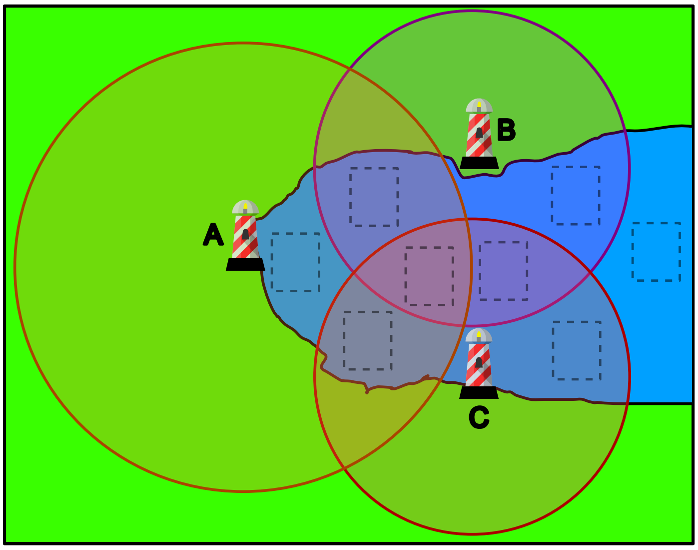
Količino porabljene tempere in količino barve na slikah lahko razvrstimo od največ do najmanj in najdemo vrstni red, ki se ujema. Urejanje količin po velikosti je eden od temeljnih problemov, s katerimi se ukvarjamo računalničarji.

Svetilniki

2. in 3. razred

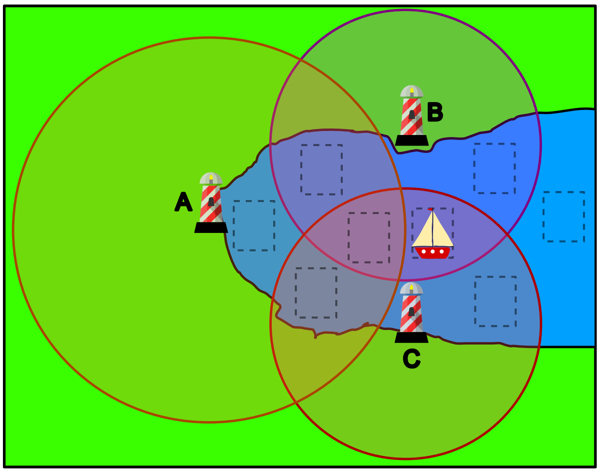
Kapitan Ben je na svoji ladji. Ima zemljevid pristanišča, ampak ne ve natanko, kje se ladja nahaja. Krogi na zemljevidu povedo kapitanu, kje lahko vidi luči vsakega od svetilnikov. S pomočjo svetilnikov lahko kapitan določi, kje je.

Kapitan vidi luči svetilnikov B in C. Ne vidi luči svetilnika A. Na sliki označi, kje je ladja.



Rešitev

Kapitan lahko vidi le luči svetilnikov B in C, zato mora biti ladja znotraj kroga okoli svetilnika B in znotraj kroga okoli svetilnika C. Ker ne vidi svetilnika A, mora biti ladja zunaj kroga okoli svetilnika A. Vse te omejitve veljajo le za na sliki označeno mesto.



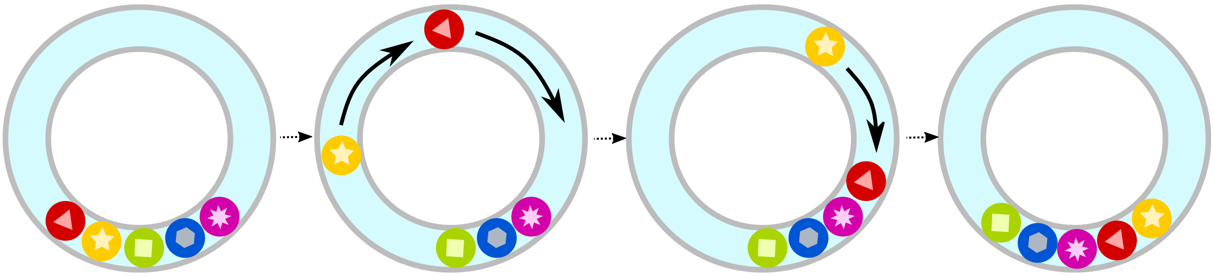
Računalniško ozadje

V računalništvu moramo pogosto opisovati razmerja med objekti ali množicami objektov. Za ta namen uporabljamo simbole in pravila, ki tvorijo Boolovo algebro. Naš problem bi z Boolovo algebro zapisali kot: B in C in ne A.

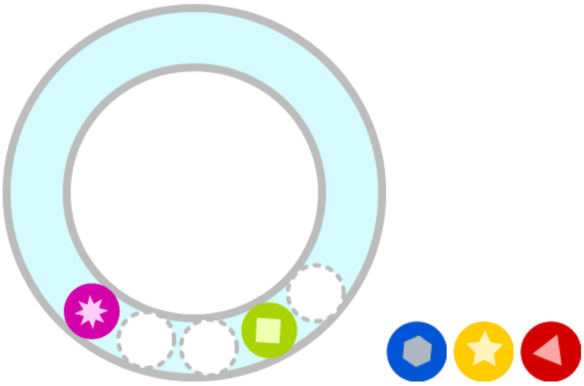
Ropotuljica 2

3. razred

Oliver ima prozorno ropotuljico z barvnimi kroglicami. Ko jo strese, se nekaj kroglic zakotali na drugo stran, kot kaže slika.



Oliver ponovno strese ropotuljico. Poveži kroglice z ustreznim mestom v ropotuljici.



Rešitev

Oliverjeva ropotuljica izgleda tako:

Ko se kroglice zakotalijo po ropotuljici, se njihov vrstni red ne more spremeniti, zato bodo kroglice v ropotuljici vedno v takem vrstnem redu: rdeči kroglici sledi rumena. Za rumeno je zelena kroglica. Za zeleno kroglico je modra kroglica. Za modro kroglico je vijolična. Za vijolično kroglico pa rdeča kroglica.

Ker je med vijolično in zeleno kroglico modra kroglica, je povsem desno modra kroglica. Na drugi strani zelene kroglice mora biti rumena in med rumeno in vijolično kroglico rdeča kroglica.

Računalniško ozadje

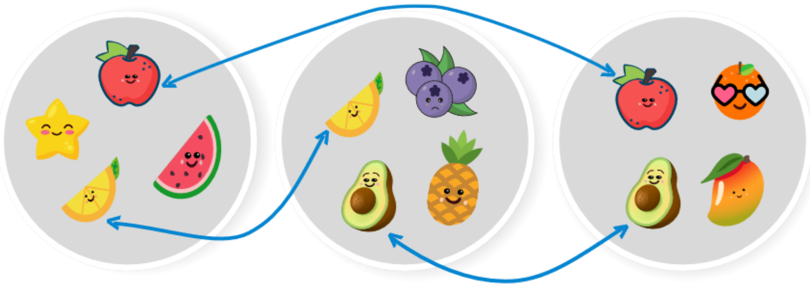
V računalništvu je pomembno, da so podatki ustrezno shranjeni. Ropotuljica v nalogi je podobna krožno povezanemu seznamu, pri katerem je začetek seznama povezan z njegovim koncem.

Ujemanje 1

3. in 4. razred

Zoja in Maja radi igrata igro s karticami, na katerih so različne sličice. Če pogledaš dve kartici, se ti dve vedno ujemata v natančno eni sličici ne glede na to, kateri kartici izbereš.

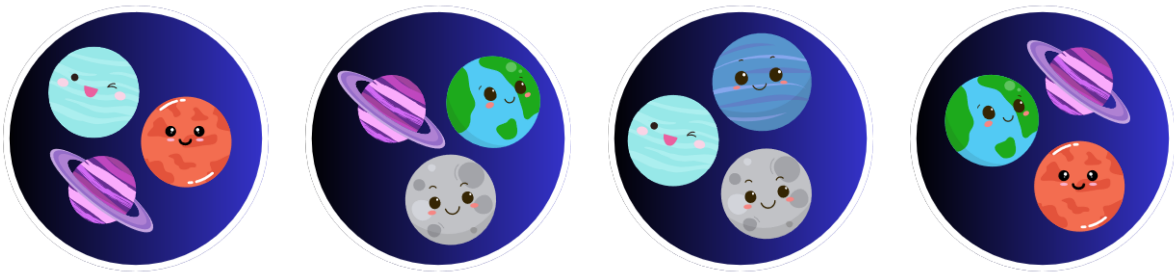
Na primer, na vsaki od naslednjih treh kartic so po štiri sličice. Če natančno pogledaš, opaziš, da ima vsak par kartic po eno enako sličico.



Za šolski projekt želita Zoja in Maja izdelati svoj komplet kartic.

Spodaj so prikazane 4 kartice, ki sta jih izdelali, ampak na njih je napaka. Katero kartico moraš odstraniti, da bo za njun komplet veljalo zgornje pravilo?

A) B) C) D)

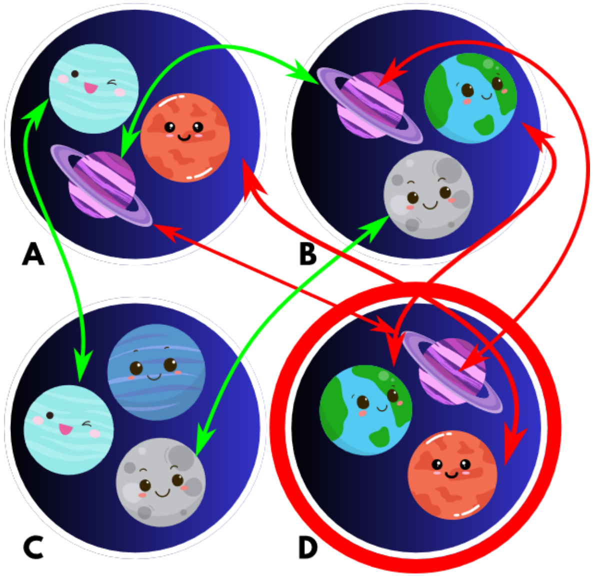


Rešitev

Kartici A in D imata dva enaka planeta - vijoličnega in rdečega, zato je zagotovo potrebno odstraniti eno od teh dveh kartic.

Tudi kartici B in D imata dva enaka planeta – vijoličnega in Zemljo, zato je potrebno odstraniti eno od teh dveh kartic.

Kartici C in D nimata nobenega para enakih sličic, zato v Zojin in Majin komplet ne sodi kartica D.



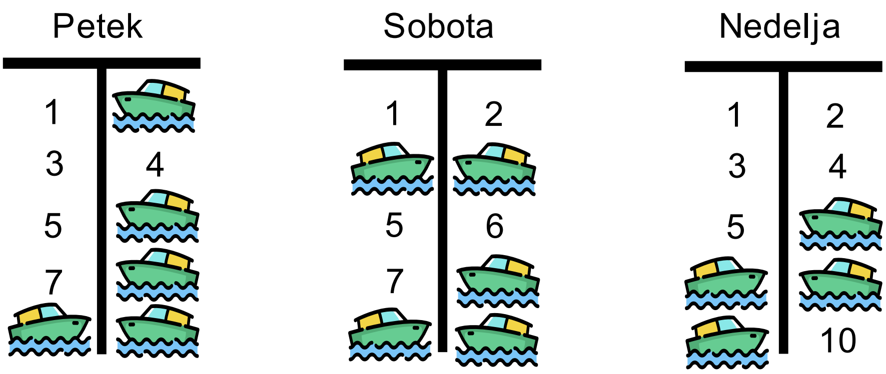
Računalniško ozadje

Računalničarji moramo pogosto preverjati, ali veljajo določena pravila. V tej nalogi smo morali preveriti, če sta Maja in Zoja upoštevali pravila igre pri sestavljanju novih kartic. Ker je v takih primerih veliko različnih kombinacij, lahko z ustrezno napisanim računalniškim programom hitreje najdemo ustrezne rešitve.

Prosti privezi

3. do 5. razred

Vsak od 10 privezov v marini je bodisi prost bodisi rezerviran. Slika prikazuje trenutne rezervacije privezov. Na primer, v petek je privez 1 prost, privez 2 pa rezerviran.



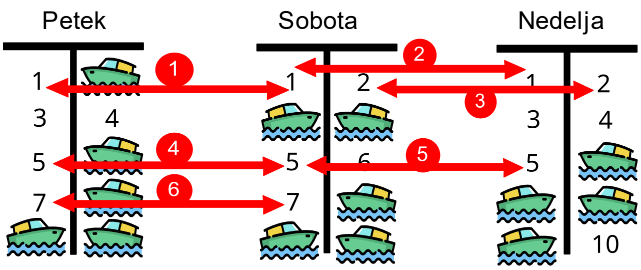
Tom se odloča, ali pride v petek ali v soboto. Privez želi rezervirati za dva zaporedna dneva. Na primer, lahko pripluje v soboto in rezervira privez 1 za soboto in nedeljo.

Koliko različnih možnosti za rezervacijo ima Tom? __________

Rešitev

Tom ima na izbiro 6 možnosti:

1. Privez 1 rezervira za petek in soboto.
2. Privez 1 rezervira za soboto in nedeljo.
3. Privez 2 rezervira za soboto in nedeljo.
4. Privez 5 rezervira za petek in soboto.
5. Privez 5 rezervira za soboto in nedeljo.
6. Privez 7 rezervira za petek in soboto.



Računalniško ozadje

V računalništvu si velikokrat pomagamo z logičnimi operatorji. Pri tej nalogi si lahko uporabil logični IN ter preveril, ali za posamezen privez velja, da je prost dva zaporedna dneva.

Trak z igračami

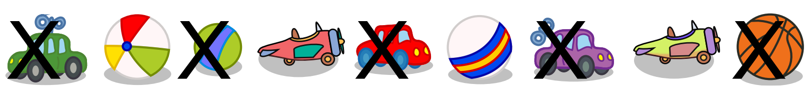
3. do 5. razred

Martin stoji poleg tekočega traku z različnimi igračami, ki se vrti v krogu. Trak se pomika v smeri črne puščice (glej sliko). Martin mora razvrstiti vse igrače v tri škatle, vendar se mu zdi ta naloga dolgočasna, zato jo spremeni v igro. Pravilo igre je, da ko pobere igračo, naslednjo pusti na traku, nato spet pobere igračo, eno pusti ..., dokler s traku ne pobere vseh igrač.

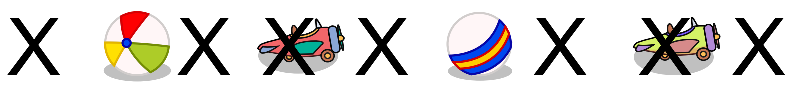
Martin na začetku igre pobere zelen avto. Obkroži igračo, ki zadnja ostane na traku.

Rešitev

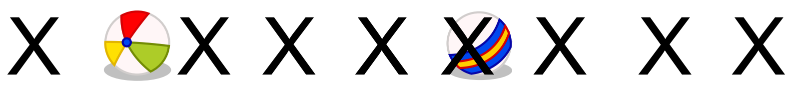
Martin v prvem krogu pobere zelen avto, modro-zeleno žogo, rdeč avto, vijolični avto in košarkarsko žogo.



V drugem krogu najprej pusti napihljivo žogo, potem pa po vrsti pobere rdeče letalo in zeleno letalo.



V tretjem krogu pusti napihljivo žogo in pobere belo žogo z modro-rumenim pasom.



Kot zadnja na traku ostane napihljiva žoga.

Računalniško ozadje

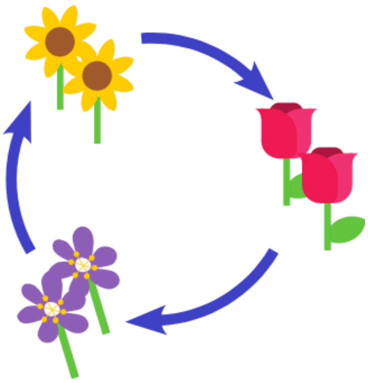
Krožno vrteči se tekoči trak predstavlja večkratno izvajanje zanke. Znotraj posameznega kroga Martin izvaja isto operacijo in jo ponavlja, dokler ne dokonča svoje naloge.

Čudežni vrt

4. razred

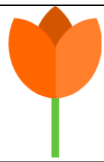
Na čudežnem vrtu se vsako noč zgodi čudežna sprememba. Vsaka roža se lahko spremeni v drugo vrsto rože, pri čemer velja čudežno pravilo: če ena ob drugi rasteta vsaj dve roži iste vrste, se bo ta skupina rož spremenila v naslednjo vrsto rož po zaporedju:

sončnica → rdeča vrtnica → vijolica → sončnica



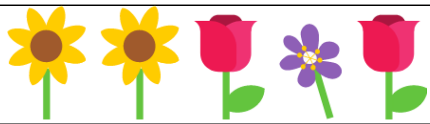
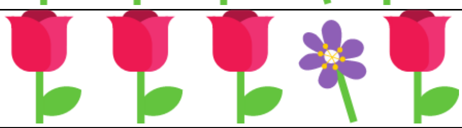
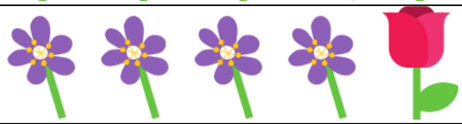
Prvi dan so bile na vrtu naslednje rože: sončnica, sončnica, vrtnica, vijolica, vrtnica.

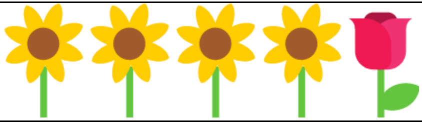
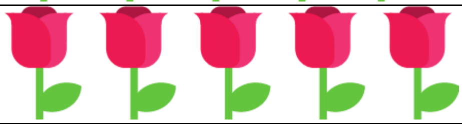
Četrto noč so bile po čudežni spremembi na vrtu vse rože enake. Katere vrste so bile?

A) Sončnice	B) Vrtnice	C) Vijolice	D) Tulipani
			

Rešitev

Poglejmo si spremembe po dnevih:

1. dan	
2. dan	
3. dan	

4. dan	
5. dan	

Peti dan so na vrtu samo vrtnice.

Računalniško ozadje

Naloga je poenostavljena igra življenja. Na podlagi pravil (tu imamo eno samo pravilo) se v vsakem koraku (vsako noč) spremeni stanje na vrtu.

Darilo za rojstni dan

4. razred

Fiona si za rojstni dan želi žogo. Na žogi, ki jo želi, ni črt, je zvezda in na njej ni lune.

Obkroži žogo, ki jo želi Fiona.

A)	B)	C)	D)	E)	F)
					

Rešitev

Na žogi A) so črte, ki jih Fiona ne želi.

Žoga B) je brez črt in lune, ima pa zvezdo, zato je to pravilen odgovor.

Na žogi C) ni zvezde in so črte, zato ni prava.

Na žogi D) manjka zvezda.

Na žogi E) je luna, ki je Fiona ne želi, manjka pa zvezda.

Na žogi F) je luna, ki je Fiona ne želi.

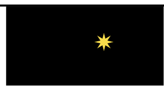
Računalniško ozadje

Tako kot pri reševanju te naloge, tudi v računalništvu pogosto preverjamo, ali veljajo različna pravila.

Anina slika

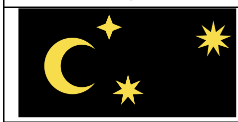
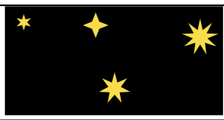
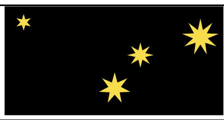
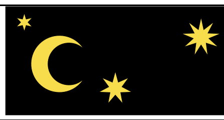
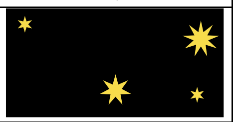
4. in 5. razred

Ana z risarskim programom ustvarja sliko. Pri tem uporablja naslednje korake:

1. korak	2. korak	3. korak	4. korak	5. korak	6. korak	7. korak
						

Ko konča z risanjem, je njena slika takšna:

Ana želi odstraniti zadnje tri poteze, ki jih je naredila. Kakšna bo slika po odstranjenih zadnjih 3 potezah?

A)	B)	C)	D)	E)
				

Rešitev

Po odstranjenih zadnjih treh korakih ostanejo le koraki od 1 do 4.

Luna je bila dodana v 5. koraku, zato odgovora A in D nista pravilna.

Slika B vsebuje štirikrako zvezdo, ki je bila dodana v 7. koraku in bi morala biti odstranjena, zato to ni pravilen odgovor.

V 3. koraku je bila dodana zvezda v spodnjem desnem kotu, ki je na sliki C ni, zato to ni pravilen odgovor.

Pravilen odgovor je E.

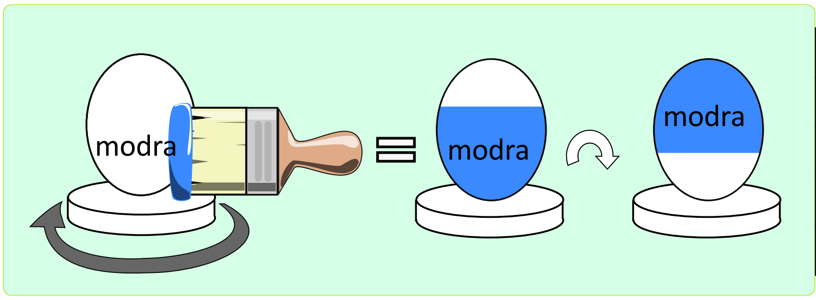
Računalniško ozadje

S slike bomo najprej odstranili dele risbe, ki so bili dodani nazadnje. Temu v računalništvu rečemo zadnji noter prvi ven, angleško *last in, first out*, in označimo s kratico LIFO.

Barvanje jajc

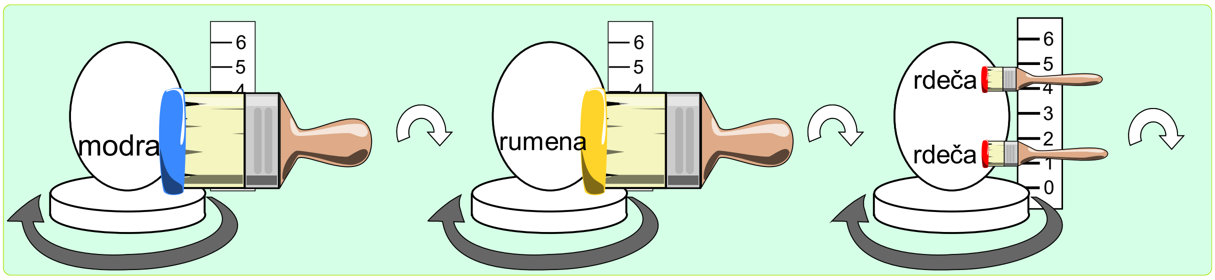
4. in 5. razred

Ema barva bela jajca. Ko položi jajce na vrteč podstavek in poleg njega drži čopič, jajce zelo hitro pobarva. Dokler se krožni podstavek vrti, Ema ne premika čopiča. Ko zaključi z barvanjem, Ema vedno obrne jajce, kot kaže slika. Ko se barve prekrivajo, se mešajo. Spodnja slika prikazuje, kakšne barve dobimo, kadar se dve barvi zmešata.



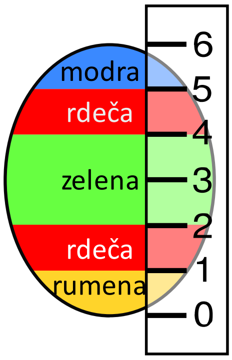
navodila za mešanje barv				
modra	+	rumena	=	zelena
rumena	+	rdeča	=	oranžna
rdeča	+	modra	=	vijolična
zelena	+	rdeča	=	rjava

Ema barva svoja bela jajca v vrstnem redu na sliki:

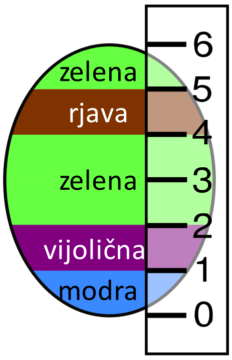


Katero jajce je pravilno pobarvano po Eminih navodilih?

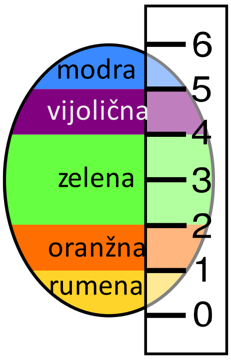
A)



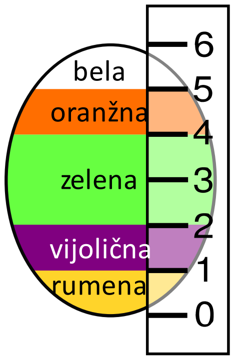
B)



C)



D)

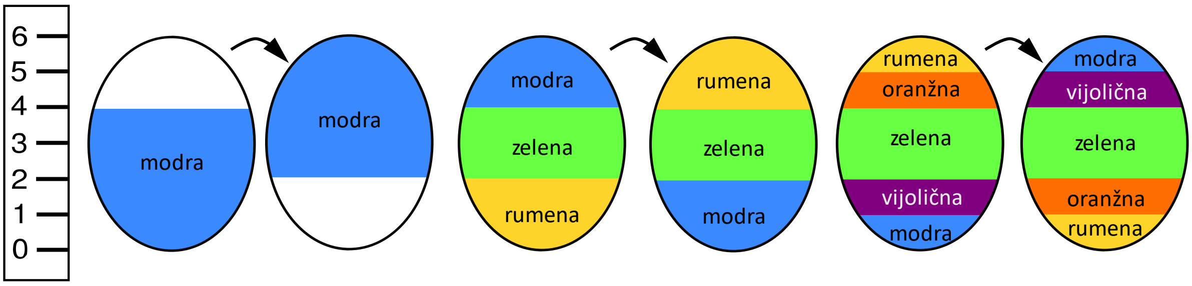


Rešitev

Odgovor A ni pravilen, saj ne upošteva, da se poleg pasu modre in rumene barve, ki je zelen, tudi rdeča barva zmeša.

Odgovor B je napačen, saj ne upošteva, da je bilo jajce le delno pobarvano z rumeno barvo in zato njegov skrajni del ne more biti zelen.

Odgovor C je pravilen. Poglejmo si, zakaj:



Odgovor D ni pravilen, saj je del jajca bele barve, čeprav je glede na navodila pobarvano celo jajce.

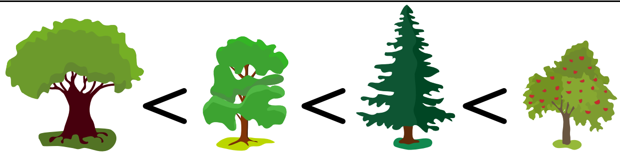
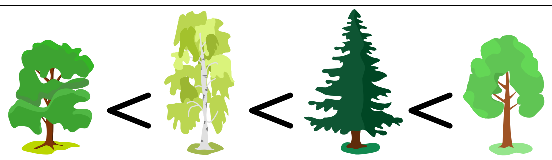
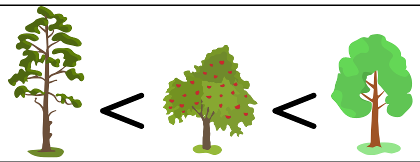
Računalniško ozadje

Tako kot računalniki smo pri tej nalogi mi morali razumeti in slediti točno določenim ukazom, da smo dobili želeni rezultat.

Drevesa

4. in 5. razred

Biologinja Monika vodi oglede Bobrovega gozda. Med vsakim ogledom izpostavi nekaj posebnih dreves. S prejšnjih treh ogledov se spomni, katera drevesa so bila obiskovalcem bolj všeč od drugih (drevo 1 < drevo 2 pomeni, da je bilo na ogledu drevo 2 obiskovalcem bolj všeč kot drevo 1):

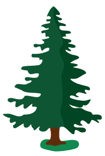
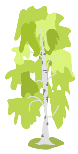
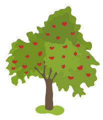
1. ogled	
2. ogled	
3. ogled	

Na naslednjem ogledu želi Monika obiskovalcem pokazati izbrana drevesa po vrstnem redu od najmanj do najbolj priljubljenih dreves s prejšnjih ogledov.

Na primer, če želi Monika pokazati drevesi  in  v ustreznem vrstnem redu, mora pokazati drevo  preden pokaže drevo , saj je to skladno s priljubljenostjo teh dveh dreves na 1. ogledu.

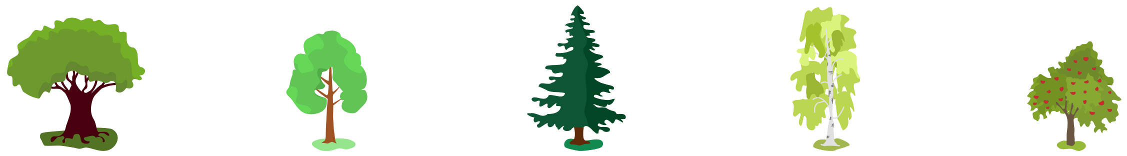
Za naslednji ogled je Monika izbrala naslednja drevesa: , , ,  in .

Pomagaj Moniki razvrstiti drevesa po njihovi priljubljenosti od najmanj do najbolj priljubljenega. Pod vsakim drevesom s števili od 1 do 5 označi, katero po vrsti ga bo Monika pokazala na ogledu.

__________ __________ __________ __________ __________

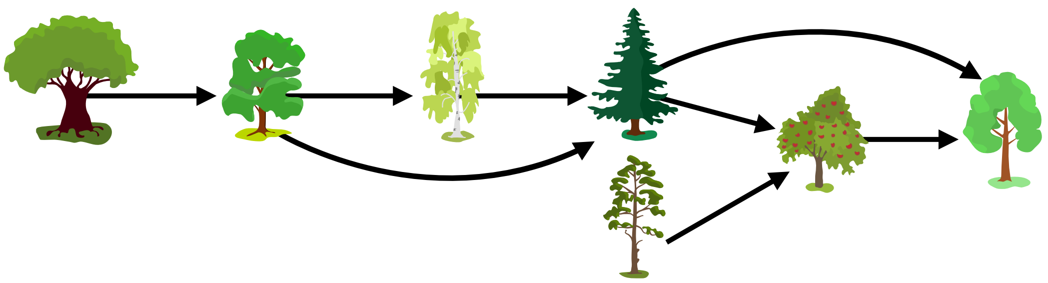
Rešitev



1 5 3 2 4

Da najdemo ustrezen vrstni red, moramo pogledati priljubljenost dreves z vseh treh ogledov. Te vrstne rede lahko primerjamo z drevesi, ki so skupna parom ogledov. Na primer, tako na 1. kot tudi na 2. ogledu je Monika pokazala drevo  in drevo . Na 1. in 3. ogledu je pokazala drevo . Na 2. in 3. ogledu je pokazala drevo . Ta drevesa nam pomagajo pri razvrščanju ostalih dreves po priljubljenosti.

Če za prikaz priljubljenosti vseh dreves uporabimo puščični prikaz, bo ta izgledal tako:



Izmed petih dreves, ki jih želi na naslednjem ogledu pokazati Monika, ni nobenega drevesa, ki bi bilo manj priljubljeno od drevesa , zato bo tega pokazala najprej. Ker je na 1. ogledu  <  < , bi Monika kot drugo drevo lahko pokazala ,  pa bi pokazala za njim. A ker je na 2. ogledu  <  < , mora Monika  pokazati pred ,  pa za . Torej bo drugo drevo  in šele nato sledi  kot tretje. Iz priljubljenosti dreves na 3. ogledu izvemo, da je  < , zato je četrto drevo  in zadnje .

Vrstni red dreves na naslednjem ogledu je naslednji:  <  <  <  < .

Računalniško ozadje

Računalničarji pogosto po vrsti urejamo podatke iz več različnih seznamov.

Rika kartice

4. in 5. razred

Barbara zbira kartice z Rika pošastmi. Na sliki je nekaj primerkov kartic iz Barbarine zbirke:

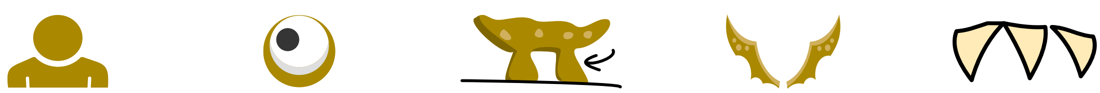
Rike imajo lastnosti, kot so na primer ime ali zobje. Vsaka Rika je drugačna, zato so lahko vrednosti pri lastnostih različne. Na primer, na kartici 2 je vrednost lastnosti »MONI«, kar je ime te Rike, vrednost lastnosti pa je »✓«, kar pomeni, da ima ta Rika zobe.

Za hiter pregled lastnosti svojih Rik je Barbara z računalnikom pripravila preglednico. Ampak kako mora shraniti vrednosti s svojih kartic? Za vsako lastnost je določila, kakšne vrste je vrednost te lastnosti:

- ne/da: vrednosti kot »X« ali »✓«
- ABC...: vrednosti v obliki besedila
- 123...: vrednosti v obliki števil

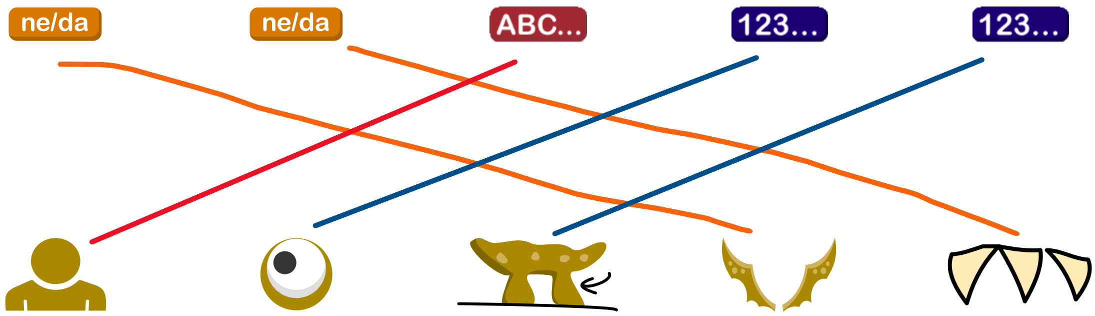
Pomagaj Barbari določiti, kakšne vrste vrednost potrebuje za hranjenje posamezne lastnosti. Ustrezno poveži.

ne/da ne/da ABC... 123... 123...



Rešitev

Pravilna rešitev je:



Barbara bo podatke s kartic shranila takole

1	Josi	3	2	ne	da
2	Moni	3	2	ne	da
3	Kili	2	2	da	da
4	Beni	2	2	ne	da
5	Lori	2	5	ne	da
6	Phil	2	2	ne	da

Vrednosti »X« ali »✓« lahko shranimo z vrednostjo ne/da. Na ta način so shranjene vrednosti pri krilih in zobeh.

Vrednosti »Josi«, »Moni«, »Kili«, »Beni«, »Lori« in »Phil« so besede, ki hranijo podatke o imenu, zato jih shranimo kot ABC....

Vrednosti 2, 3 in 5, ki se uporabljajo za shranjevanje podatkov o številu oči in nog, so številke, zato jih shranimo kot 123....

Računalniško ozadje

V računalništvu za shranjevanje vrednosti spremenljivk uporabljamo različne podatkovne tipe. Tako kot v nalogi, tudi v računalništvu med drugim poznamo številske podatkovne tipe, znakovne podatkovne tipe in logične podatkovne tipe.

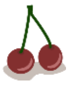
Sladoled 2

4. in 5. razred

V novi slaščičarni sladoled postreže robot. Med številnimi okusi kupci izbirajo tako, da s pritiskanjem gumbov premaknejo robotovo roko do izbranega okusa in pritisnejo •, da jim robotova roka doda kepico tega sladoleda. Ko izberejo tri kepice, jim robot postreže sladoled.

Robot svojo roko na začetku vedno postavi na sredino spodnje vrste.

Če zaporedno pritisnemo na gumbe ← • ↑ ↑ ↗ • ↘ ↘ ↓ •, robot postreže sladoled z okusi  čokolade,  slive in  kave.

Živa obožuje okuse  češnje,  vanilije in  jagode. Pomagaj Živi naročiti sladoled s po eno kepico vsakega od treh okusov. Vrstni red dodajanja kepic ni pomemben. V kvadratke nariši puščice in pike, ki bodo robota v čim manj korakih pripeljale do vseh treh okusov, saj se za tabo že nabira vrsta. Izpolni le toliko kvadratkov, kot potrebuješ pritiskov na gumbe, da ti robot postreže želeni sladoled.

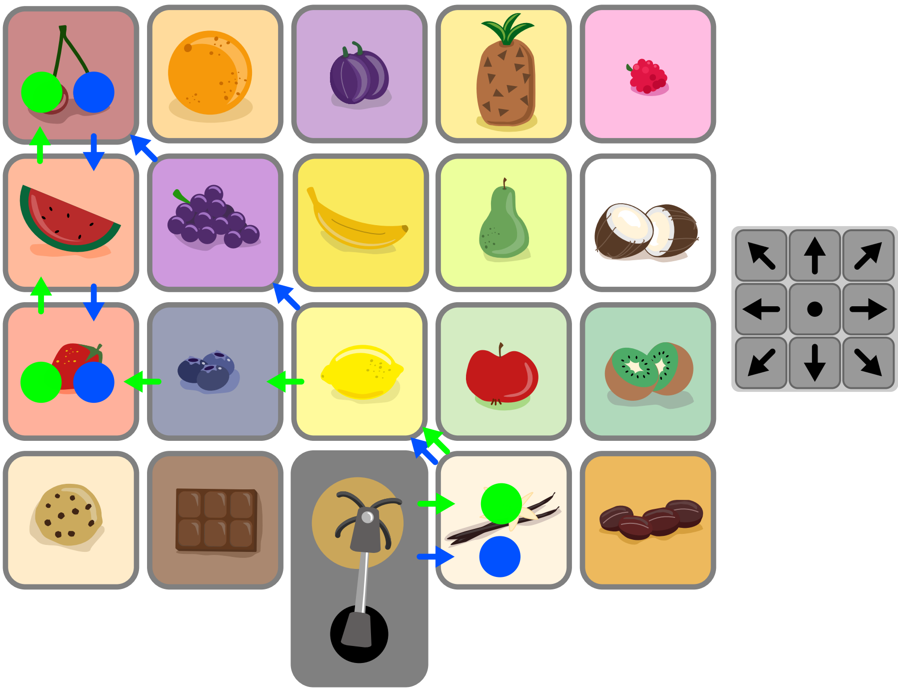
Rešitev

Najkrajši rešitvi sta dve. Pri obeh je potrebno pritisniti na 9 gumbov:

1. rešitev je: → • ↖ ← ← • ↑ ↑ •

2. rešitve je: → • ↖ ↖ ↖ • ↓ ↓ •

1. rešitev je na sliki prikazana z zeleno barvo, 2. pa z modro bravo:



Računalniško ozadje

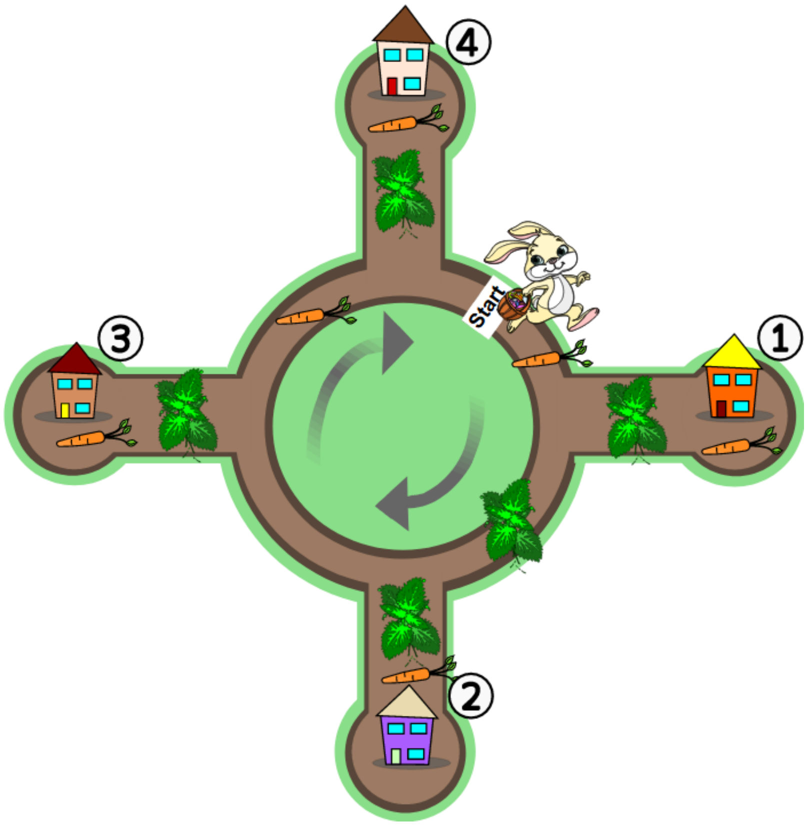
Računalnik, tako kot robot v nalogi, sledi ukazom, ki mu jih podamo.

Dostava pirhov

4. do 7. razred

Velikonočni zajec želi dostaviti pirhe k štirim hišam v vasi. Žal ga pri tem ovirajo koprive, ki zapirajo nekatere poti. Zajček sledi naslednjim pravilom:

- Začni na mestu Start.
- Po krožni poti se premikaj v smeri urinega kazalca.
- Ko greš mimo hiše, dostavi pirhe, če poti ne ovirajo koprive. Nato pojdi do naslednje hiše.
- Pojej vse korenčke, ki jih lahko doseežeš. Energijo, ki jo dobiš s korenčkom, uporabi, da odstraniš naslednje koprive, ki jih srečaš na poti.

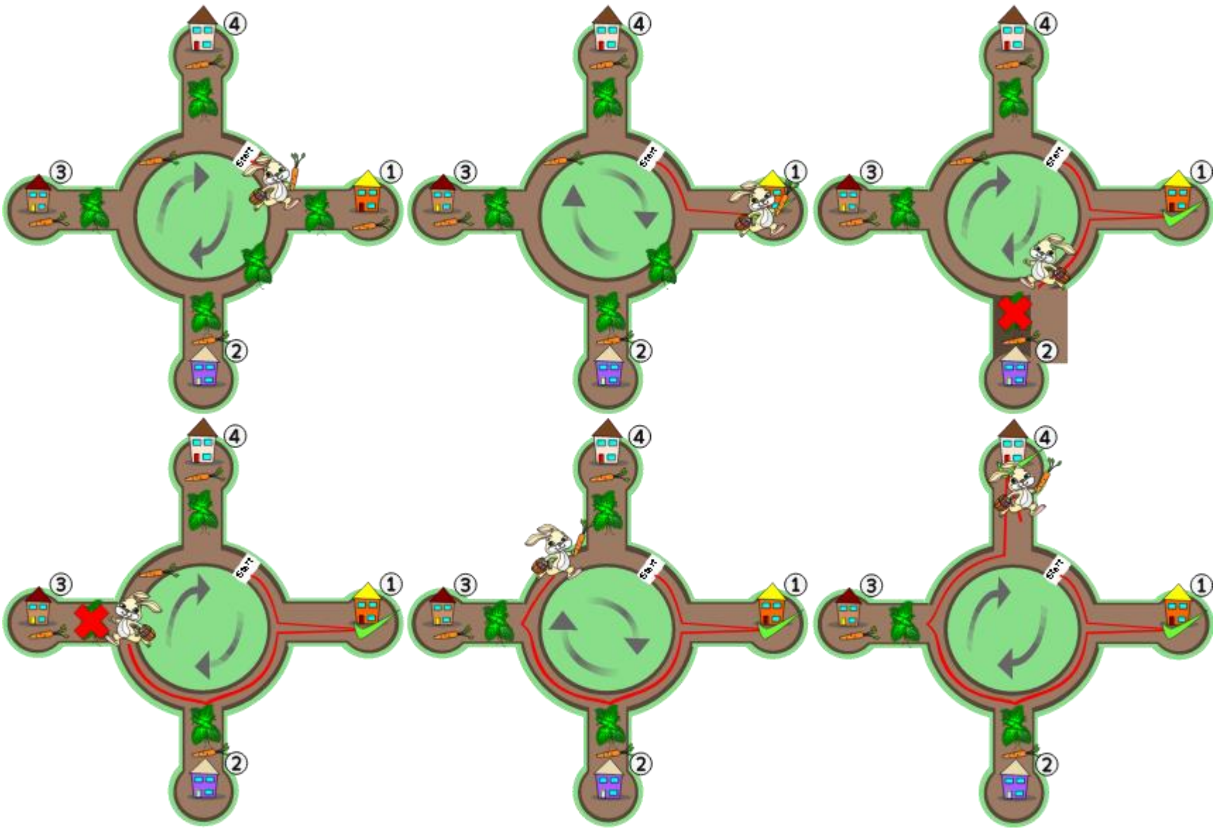


H kateri hiši bo zajček nazadnje dostavil pirhe?

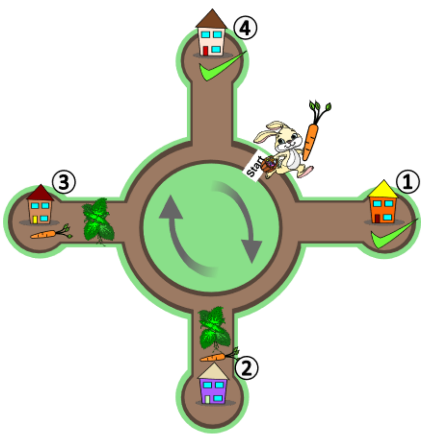
Rešitev

Zajček bo nazadnje dostavil pirhe k hiši številka 3.

Najboljši način za rešitev te naloge je, da sproti prečrtamo korenčke, ki jih zajček poje, in koprive, ki jih odstrani:



Zajček najprej poje korenček in odstrani koprive pred hišo 1. Pri hiši 1 ob dostavi pirhov poje korenček in odstrani koprive na krožni poti. Ker je brez dodatne energije, ne more odstraniti kopriv pred hišo 2 in hišo 3. Nato poje še en korenček in z dobljeno energijo odstrani koprive pred hišo 4. Ob dostavi pirhov k hiši 4 poje še en korenček in s tem konča 1. krog. Po 1. krogu je stanje tako:



Zajček gre z dodatno energijo v drugi krog, odstrani koprive na poti k hiši 2 in do nje dostavi pirhe. Pri hiši 2 poje še en korenček, odstrani koprive pred hišo 3 in dostavi pirhe še k hiši 3. S tem je dostavil še zadnje pirhe.

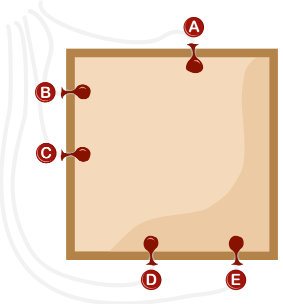
Računalniško ozadje

Tudi programerji v kodi računalniških programov velikokrat preverjajo, ali je določen pogoj izpolnjen ali ne, tako kot je zajček preverjal, ali ima dodatno energijo, da lahko odstrani koprive ali ne.

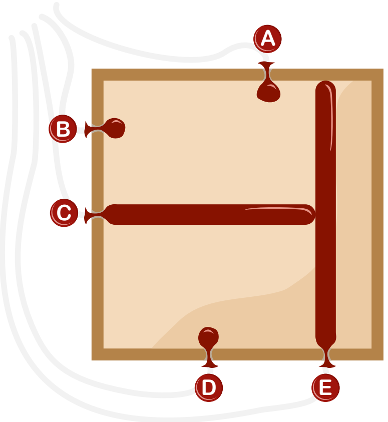
Baloni 1

5. razred

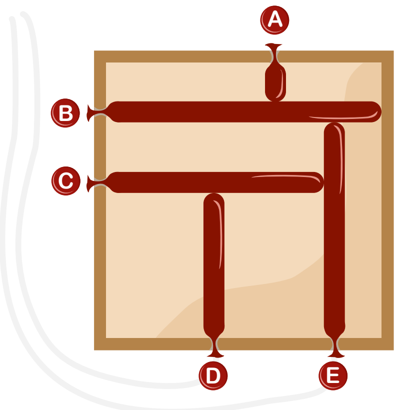
Bobri imajo napravo, ki ustvarja slike z napihovanjem podolgovatih balonov v kvadratnem okvirju, pri čemer so vsi baloni na začetku izpraznjeni. Baloni so označeni s črkami od A do E.



Vsak balon se napihuje, dokler ne naleti na oviro. Ovira je lahko nasprotni rob okvirja ali drug balon. Naprava bere črke balonov in jih napihuje v danem vrstnem redu.
Na primer, zaporedje E C ustvari to sliko.



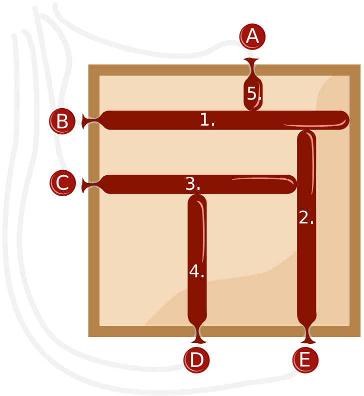
Kakšno mora biti zaporedje črk, da bo naprava ustvarilo to sliko? Zapiši na črtice.



______ ______ ______ ______ ______

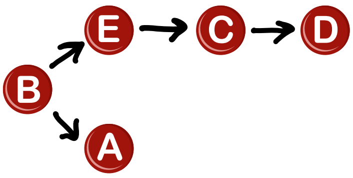
Rešitev

Pravilni so štirje odgovori: B A E C D, B E A C D, B E C A D in B E C D A. Slika prikazuje zadnjega:



Pomembno je, da naprava najprej napihne balon B. Pod njim si baloni sledijo v vrstnem redu E C in D. Balon A je neodvisen od balonov C, D in E, zato ga lahko napihne kadarkoli po tem, ko je napihnjen balon B.

Problem lahko prikažemo z usmerjenim grafom. Puščica iz B v A prikazuje, da mora biti balon B napihnjen pred balonom A.



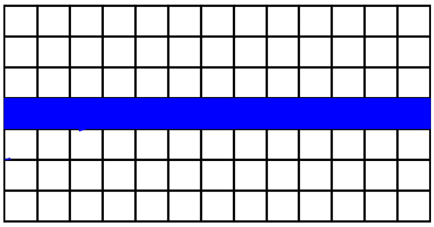
Računalniško ozadje

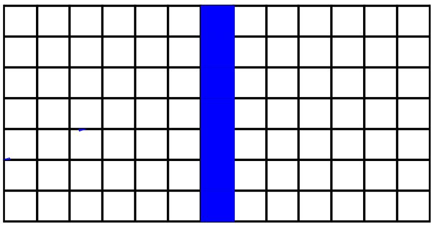
Zaporedje črk je računalniški program, ki nadzira napravo za napihovanje balonov. Vsaka črka je ukaz napravi, da napihne balon. Tako kot pri vsakem računalniškem programu je vrstni red ukazov ključnega pomena. Na primer, zaporedje B E bo ustvarilo drugačno sliko kot zaporedje E B.

Risanje črt 1

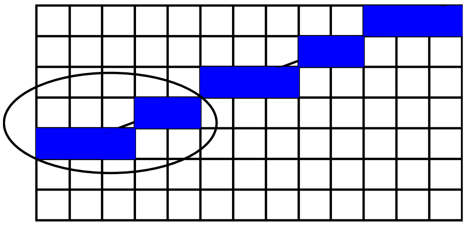
5. razred

Piksli so majhni kvadratki na mreži, ki jo računalnik uporablja za prikaz slik. Risanje vodoravnih in navpičnih črt je preprosto, saj le zapolnimo zaporedne piksle.



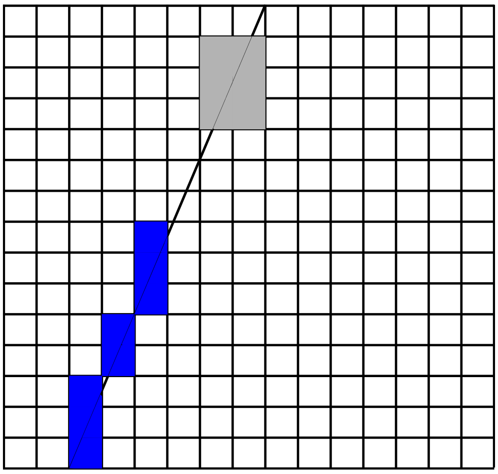


Diagonalne črte pa rišemo s kombinacijo kratkih vodoravnih in navpičnih črt.



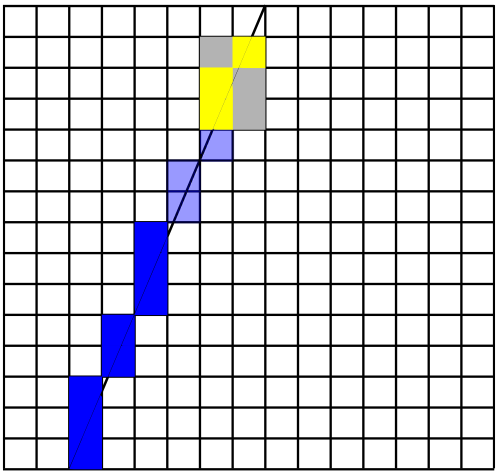
Opazimo lahko vzorec pikslov, ki predstavlja del diagonalne črte – na sliki zgoraj smo ga obkrožili. Ta vzorec je skupina vodoravnih (ali navpičnih) pikslov, ki se ponavljajo vzdolž diagonalne črte. Ker diagonalne črte rišemo pod različnim kotom, ima vsaka diagonalna črta svoj vzorec vodoravnih in navpičnih pikslov.

Kateri piksli bodo prižgani v **sivem območju**? Pobarvaj jih.



Rešitev

Pravilen odgovor je:



Na sliki je manjkajoči vzorec narisan z nežno modro barvo, pravilen odgovor v sivem območju pa z rumeno.

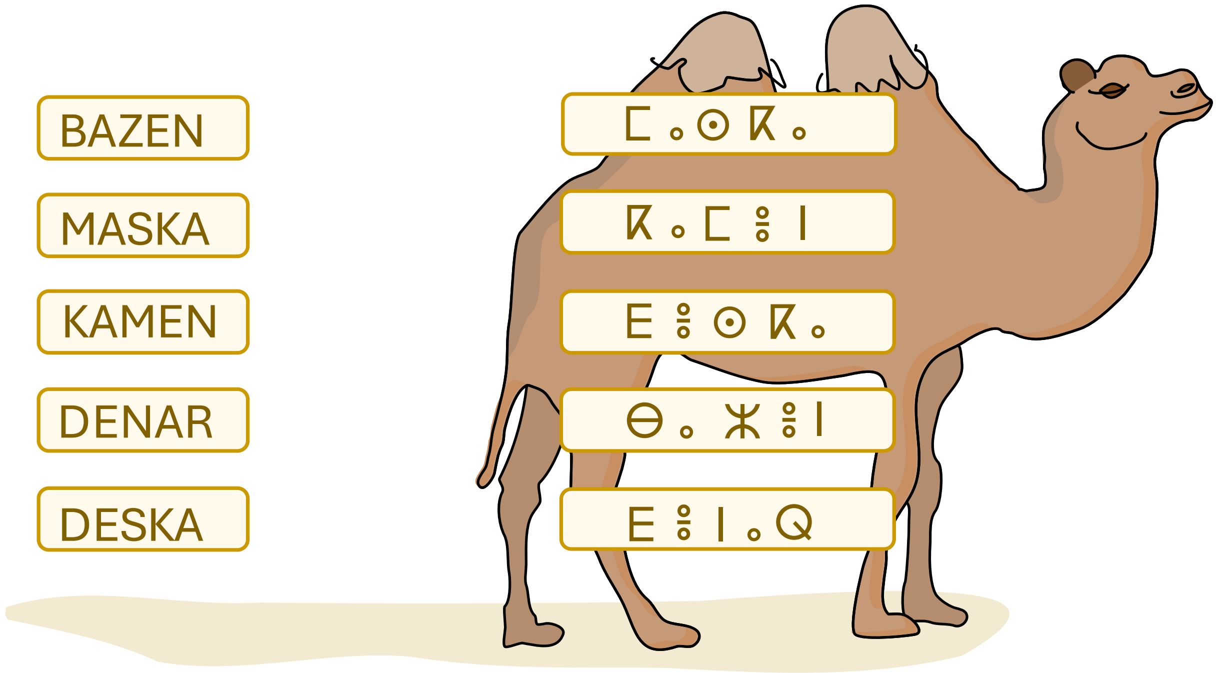
Računalniško ozadje

V tej nalogi je prikazan preprost algoritem za risanje črt, ki prikaže, kako je mogoče črto, ki ni navpična ali vodoravna, približati z zaporedjem pikslov. Ta algoritem uporablja naklon črte za določanje, kateri piksli naj bodo vklopljeni ali izklopljeni. Osnovni algoritem, ki je bil uporabljen v tej nalogi, je znan kot Bresenhamov algoritem. Bolj napredni algoritmi, kot je Gupta-Sproulov algoritem, omogočajo veliko boljše približke in bolj realistične prikaze črt.

Tuareški tifinagh

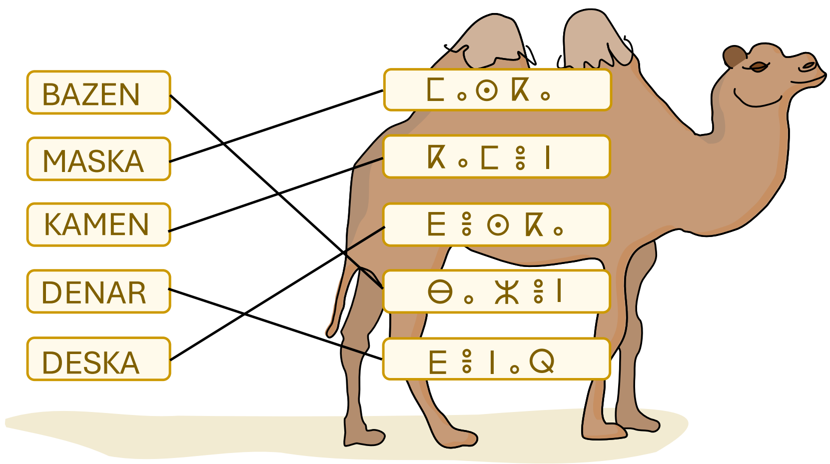
5. razred

Tim se je med poletnimi počitnicami v severni Afriki naučil pisavo tifinagh tuareških Berberov, ki tam živijo. Sošolka Tina je bila tako navdušena, da se je želi naučiti tudi ona. Tim je bil nekoliko skrivnosten in ji je postavil izziv, s katerim se lahko nauči nekaj črk te pisave. Pet slovenskih besed je zapisal v latinici (naši pisavi) in v pisavi tifinagh. Pomagaj Tini in jih poveži.



Rešitev

Pravilna rešitev je



Poti do rešitve je več. Ker so vse besede enako dolge, nam dolžina besede ne pomaga pri ugotavljanju pomena posameznih črk pisave tifinagh. Lahko pa primerjamo črke posameznih besed in na podlagi tega poskušamo ugotoviti pripadajoče zapise v pisavi tifinagh.

Tako lahko na primer ugotovimo, da je beseda DENAR edina, ki ima od vseh različno končnico besede (končnica -AR). Torej se denar v pisavi tifinagh zagotovo napiše kot ⴹⴻⵏⴰⵕ.

Ko to ugotovimo, vemo, da se DESKA piše kot ⴹⴻⵙⴽⴰ, saj ima isti začetek (prvi dve črki) kot beseda DENAR.

Beseda MASKA ima isto končnico kot beseda DESKA (končnica -SKA), torej jo zapišemo kot ⵎⴰⵙⴽⴰ.

Ker črko K v pisavi tifinagh zapišemo kot ⴽ (to vidimo v besedah DESKA in MASKA), vemo, da se KAMEN zapiše kot ⴽⴰⵎⴻⵏ.

Ostane nam še BAZEN, ki ga zapišemo kot ⴱⴰⵣⴻⵏ.

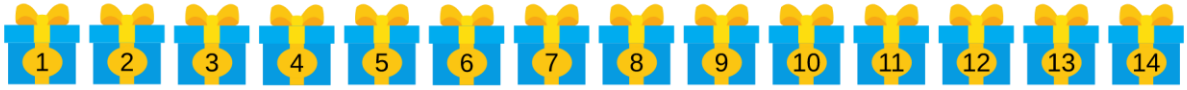
Računalniško ozadje

Pisava, ki jo uporabljajo v severni Afriki, nam je večini neznana, zato jo lahko uporabljamo za skrivna sporočila. Kriptografija pa je zelo pomembna veja računalništva, kjer seveda uporabljamo veliko bolj zapletene postopke.

Darila

5. do 7. razred

Učitelj Bober je pripravil darila za 14 učencev. Vsako darilo je oštevilčil s številko od 1 do 14.



Vsako darilo tehta točno 100 gramov. Po tem, ko je zavil darila, je ugotovil, da je v eno od daril zavil tudi svoj telefon. Da mu ne bi bilo treba odpreti vseh daril, bo telefon poiskal na naslednji način:

1) Razdelil bo 14 daril na dva kupa s po 7 darili in stehtal prvi kup. Če je težji, kot pričakuje, bo obdržal prvi kup, sicer bo obdržal drugi kup.
2) Iz kupa, ki ga bo obdržal, bo naredil 2 nova kupa in prvega od njiju stehtal, da se bo odločil, katerega od obeh obdrži (odloči se na način, opisan v koraku 1).
3) Korak 2 ponavlja, dokler ne ostane na kupu, ki ga obdrži, le eno darilo.

Darila razdeli na kupe glede na naraščajoč vrstni red številke na njih. Učitelj Bober vedno stehta prvi kup. Kadar je na kupu liho število daril, bo po razdelitvi v dva kupa na prvem kupu eno darilo manj kot na drugem.

V katerem primeru bo potrebnih najmanj tehtanj?

A) Telefon je v darilu 3.
B) Telefon je v darilu 13.
C) Telefon je v darilu 8.
D) Telefon je v darilu 6.

Rešitev

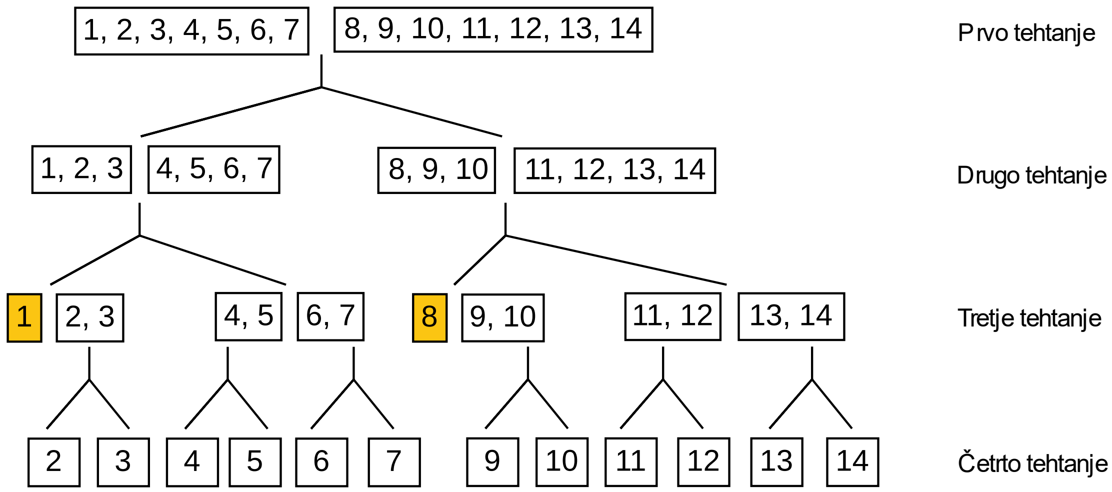
Pravilni odgovor je C. To lahko določimo s simulacijo tehtanja v vsakem scenariju. Poglejmo postopek za možnost C, kar pomeni, da je darilo 8 težje, kot bi moralo biti.

- 14 daril razdelimo na prvi kup (darila 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7) in drugi kup (darila 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14) ter prvi kup stehtamo. Ker ima pričakovano težo, obdržimo drugi kup.
- Zadržani kup razdelimo na dva nova kupa (na prvem so darila 8, 9, 10, na drugem pa darila 11, 12, 13, 14) ter prvega stehtamo. Ker je težji, kot bi moral biti, ga zadržimo.
- Nato zadržani kup razdelimo na dva kupa: na prvem je darilo 8, na drugem pa darili 9 in 10. Stehtamo prvega (darilo 8) in ker je težji, kot pričakujemo, vemo, da je v njem telefon.

Opravili smo 3 tehtanja.

Enak postopek je mogoče uporabiti za druge možnosti, kar pokaže, da bi vse zahtevale štiri tehtanja.

Odgovor pa lahko poiščemo tudi z uporabo splošne strategije. Spodnja slika prikazuje vse možnosti zadržanih kupov glede na rezultat vsakega tehtanja:



Na sliki lahko opazimo, da lahko v 3 tehtanjih najdemo telefon v primeru, da je ta v darilu 1 ali darilu 8. Če je telefon v kateremkoli od preostalih daril, bomo potrebovali 4 tehtanja, da ga najdemo.

Računalniško ozadje

Metoda *deli in vladaj* je ena izmed tehnik pri reševanju problemov. Osnova te metode je, da prvotni problem razdelimo na podprobleme iste ali sorodne vrste, ki jih nato rešimo posamezno. Rešitve teh podproblemov nato združimo, da dobimo rešitev prvotnega problema. Podprobleme lahko zopet rešujemo z metodo deli in vladaj, dokler ne pridemo do dovolj majhnih problemov, ki jih znamo rešiti neposredno.

V tej nalogi uporabimo isto zamisel za iskanje težjega darila iz kupa: kup daril razdelimo na dva kupa in stehtamo prvo polovico, dokler ne pridemo do darila s telefonom, pri čemer v splošnem opravimo manj tehtanj, kot bi bilo potrebno, če bi se odločili stehtati vsako posamezno darilo posebej.

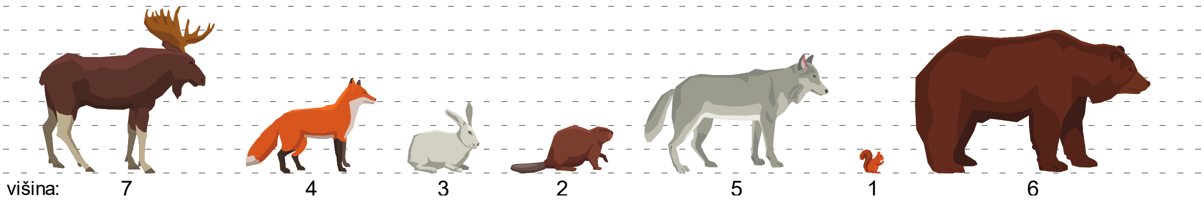
Razvrščanje živali

5. do 7. razred

V vrsti je sedem različnih živali. Vse lahko skočijo ravno tako visoko, kot je njihova lastna višina. Če pokličemo ime živali, bo ta skakala naprej čez ostale živali, dokler bo lahko. Če naleti na višjo žival, se tam ustavi.

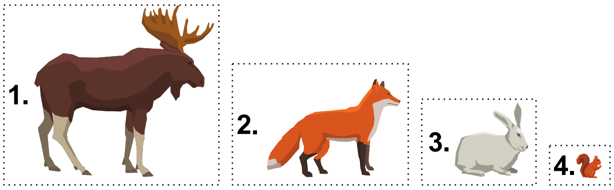
Na primer, če pokličemo lisico, bo najprej skočila čez zajca, nato čez bobra. Lisica je nižja od volka, zato bo ostala med bobrom in volkom.

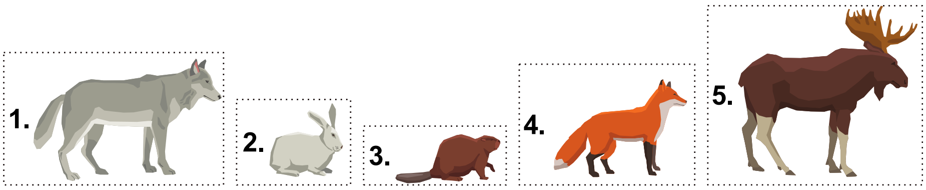
Začetni vrstni red višin je: 7 – 4 – 3 – 2 – 5 – 1 – 6 (kot je prikazano na sliki: jelen, lisica, zajec, bober, volk, veverica, medved).

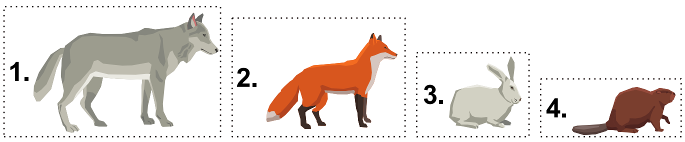


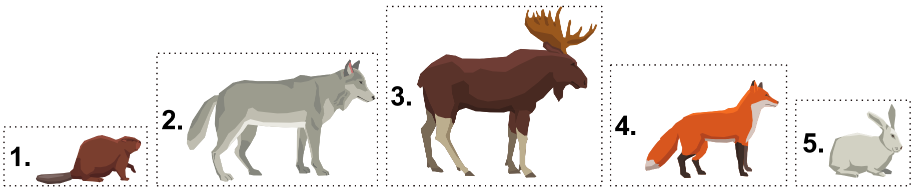
Živali razvrstimo od največje na začetku kolone (na desni strani) do najmanjše na koncu kolone (na levi strani) tako, da jih pokličemo v določenem zaporedju.

Spodnje možnosti prikazujejo klicane živali v vrstnem redu klica od leve proti desni. Katero zaporedje klicev jih razvrsti v pravilen vrstni red?

A) 

B) 

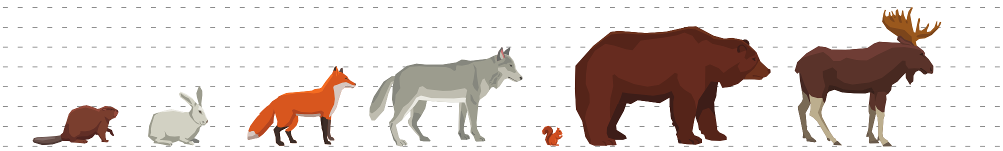
C) 

D) 

Rešitev

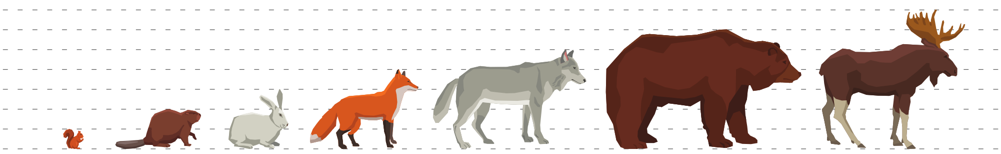
Pravilen odgovor je B.

Če živali pokličemo po zaporedju A, najprej jelen preskoči vse živali in pravilno konča na začetku kolone. Nato lisica preskoči zajca in bobra ter se ustavi pred volkom. Zajec preskoči bobra. Veverico pokličemo, a ker je najmanjša žival, ne preskoči nikogar in ostane na mestu. Na koncu so živali razvrščene tako:

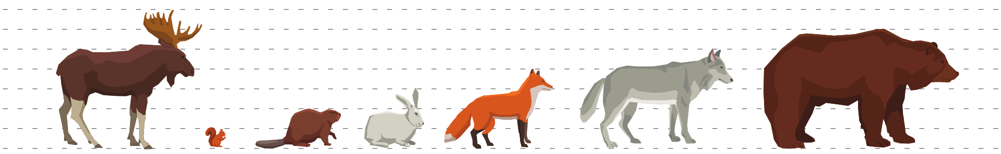


Veverica ostane med volkom in medvedom.

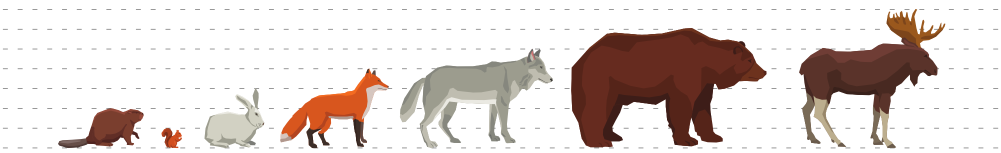
Če jih pokličemo po zaporedju B, se pravilno razvrstijo po velikosti. Najprej volk preskoči veverico. Zajec nato preskoči bobra in veverico, ki jo zatem preskoči še bober. Lisica tako preskoči veverico, bobra in zajca. Na koncu še jelen preskoči vse živali pred sabo in konča na začetku kolone.



Če bi jih poklicali po zaporedju C, bi najprej volk preskočil veverico, nato bi lisica preskočila zajca, bobra in veverico. Zajec bi zatem preskočil bobra in veverico, slednjo pa bi potem preskočil še bober. Razvrščene bi bile vse živali razen jelena:



Pri zaporedju D pa bi se zgodilo sledeče. Bober je poklican prvi, a ker je pred njim volk, ostane na mestu. Nato volk preskoči veverico. Zatem jelen preskoči vse živali pred sabo. Lisica nato preskoči zajca, bobra in veverico. Na koncu bi zajec preskočil bobra in veverico. Bober in veverica bi tako ostala nepravilno uvrščena.



Računalniško ozadje

Naloga prikazuje urejanje niza primerljivih podatkov, na primer višin nekaterih živali z metodo **urejanje z vstavljanjem**.

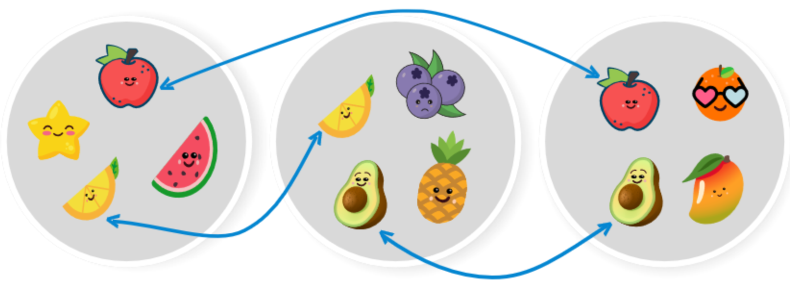
Postopek imenujemo urejanje z vstavljanjem, ker vzamemo eno žival, jo primerjamo z naslednjo in ju zamenjamo. Po potrebi to ponavljamo, dokler zamenjava ni več potrebna. Ko zamenjava ni več potrebna, žival doseže svoje mesto v vrsti. Nato lahko nadaljujemo z naslednjo.

Ujemanje 2

5. do 7. razred

Zoja in Maja radi igrata igro s karticami, na katerih so različne sličice. Če pogledaš dve kartici, se ti dve vedno ujemata v natančno eni sličici ne glede na to, kateri kartici izbereš.

Na primer, na vsaki od naslednjih treh kartic so po štiri sličice. Če natančno pogledaš, opaziš, da ima vsak par kartic po eno enako sličico.



Za šolski projekt želita Zoja in Maja izdelati svoj komplet kartic.

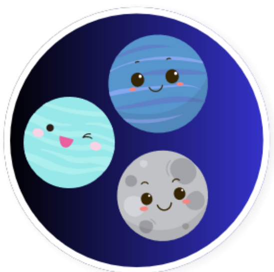
Spodaj je prikazanih 6 kartic, ki sta jih naredili. Ena od kartic ne sodi v njun komplet. Katera?

A)

B)

C)

D)



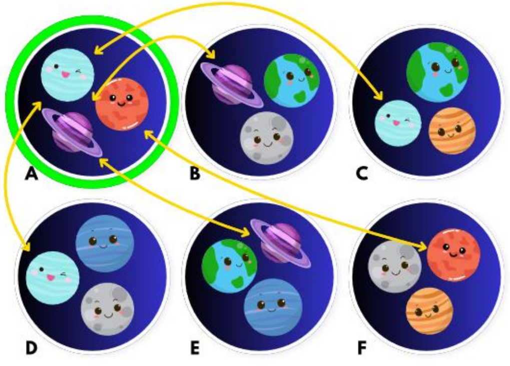
E)

F)

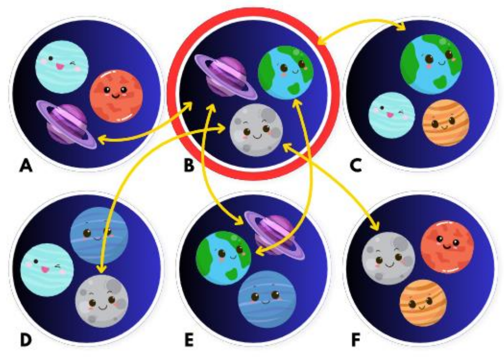
Rešitev

Poglejmo po karticah, katere so lahko del kompleta in s katerimi imamo težave.

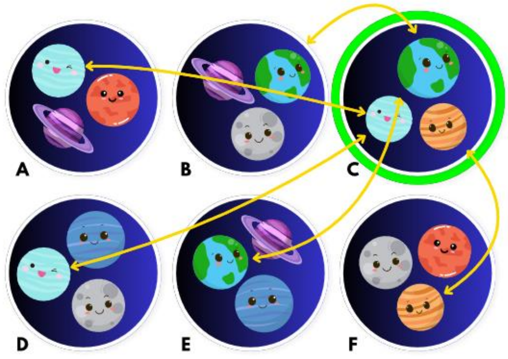
Kartica A je del kompleta, saj se z vsako kartico ujema v natančno eni sličici:



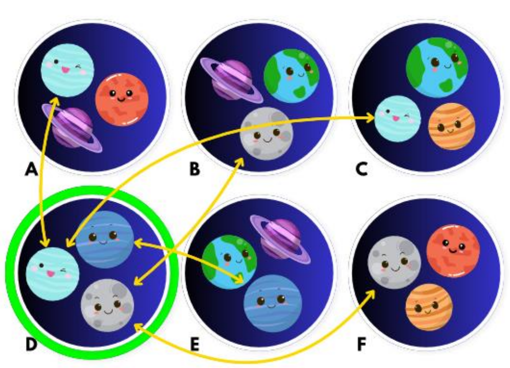
Kartica B je lahko del kompleta, če odstranimo kartico E, s katero se ujema v dveh sličicah:



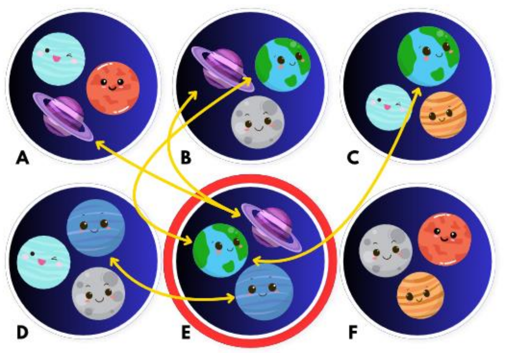
Kartica C je lahko del kompleta, saj se z vsemi karticami ujema natanko v eni sličici:



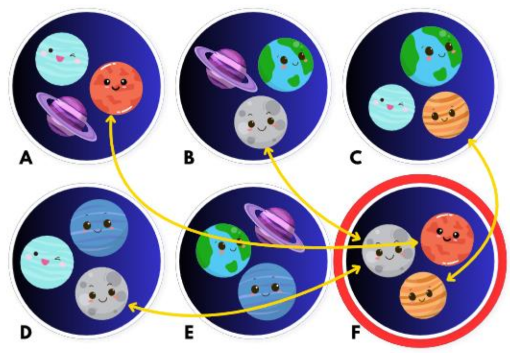
Kartica D je lahko del kompleta, saj se z vsemi karticami ujema v natanko eni sličici:



Kartica E se s kartico B ujema v dveh sličicah. Poleg tega s kartico F nimata nobene enake sličice:



Kartica F se z vsemi karticami razen E ujema v natančno eni sličici. S kartico E nimata nobene skupne sličice:



Iz zgornjega zapisa vidimo, da so v kompletu zagotovo kartice A, C in D. Težave imamo pri karticah B, E in F. Če odstranimo kartico E, rešimo težave tudi pri karticah B in F, zato kartica E ne sodi v Majin in Zojin komplet kartic.

Računalniško ozadje

Računalničarji moramo pogosto preverjati, ali veljajo določena pravila. V tej nalogi smo morali preveriti, če sta Maja in Zoja upoštevali pravila igre pri sestavljanju novih kartic. Ker je v takih primerih veliko različnih kombinacij, lahko z ustrezno napisanim računalniškim programom hitreje najdemo ustrezne rešitve.

Nogometni turnir

6. in 7. razred

Na nogometnem turnirju je 5 ekip. Veljajo naslednja pravila:

Zmaga (**Z**) prinese ekipi 3 točke.

Poraz (**P**) ekipi ne prinese točk.

Izenačenje (**I**) prinese obema ekipama 1 točko.

Vsaka ekipa lahko vidi svoje tekme in rezultate v svoji vrstici tabele. Po prvem delu sezone so rezultati prikazani v spodnji tabeli.

EKIPA	Mački	Bobri	Lisjaki	Volkovi	Medvedi	Točke
Mački	-	**Z**	**Z**	**I**	**I**	8
Bobri	**P**	-	**I**	**P**	**P**	1
Lisjaki	**P**	**I**	-	**P**	**I**	2
Volkovi	**I**	**Z**	**Z**	-	**Z**	10
Medvedi	**I**	**Z**	**I**	**Z**	-	8

Vendar uradna oseba turnirja opazi napako v rezultatih. Katera tekma ima napako v tabeli?

A) Med ekipama Mačkov in Bobrov.
B) Med ekipama Bobov in Volkov.
C) Med ekipama Medvedov in Volkov.
D) Med ekipama Mačkov in Lisjakov.
E) Med ekipama Lisjakov in Medvedov.

Rešitev

Pravilen odgovor je C. V tabeli sta obe ekipi prikazani kot zmagovalni ekipi na medsebojni tekmi, kar je nemogoče. Natančneje, v vrstici, ki ustreza Medvedom, piše, da so premagali Volkove. Prav tako v vrstici, ki ustreza Volkovom, piše, da so premagali Medvede. To je protislovje, zato je eden od rezultatov napačen.

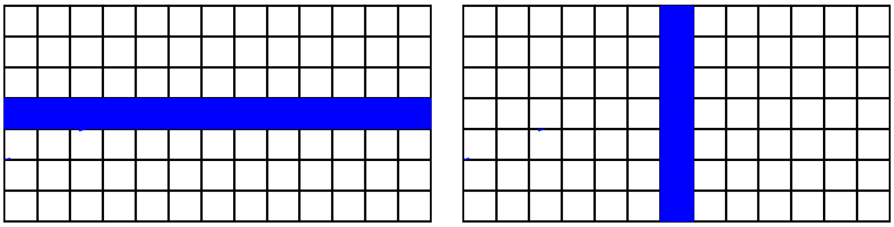
Računalniško ozadje

Sklepe in trditve, do katerih ni mogoče priti z neposrednim opazovanjem, lahko pogosto pridobimo iz podatkov. Napovedi prihodnjih dogodkov večkrat izhajajo iz vzorcev, ki jih opazimo v podatkih, na primer iz njihovih vizualizacij ali modelov, kot so tabele in grafi. Neskladje podatkov se nanaša na pomanjkanje doslednosti ali soglasja znotraj nabora podatkov ali med nabori podatkov, ki bi se morali ujemati ali uskladiti. Do teh nedoslednosti lahko pride zaradi različnih razlogov in lahko pomembno vplivajo na zanesljivost in točnost analize podatkov ter procesov odločanja.

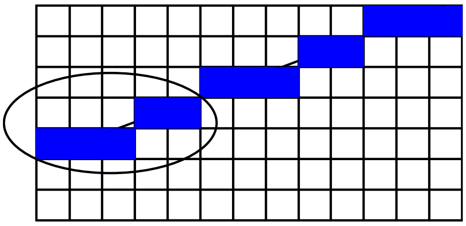
Risanje črt 2

6. do 7. razred

Piksli so majhni kvadratki na mreži, ki jo računalnik uporablja za prikaz slik. Risanje vodoravnih in navpičnih črt je preprosto, saj le zapolnimo zaporedne piksle.

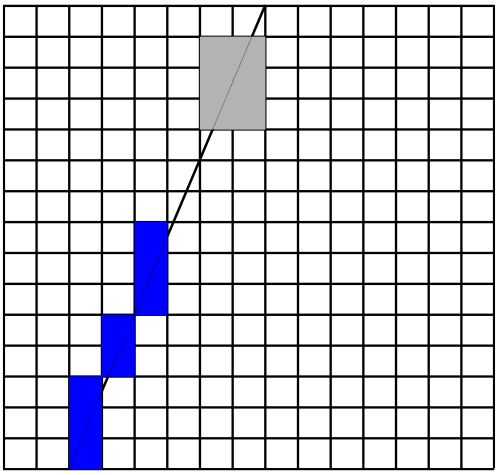


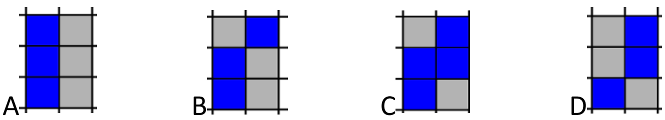
Diagonalne črte pa rišemo s kombinacijo kratkih vodoravnih in navpičnih črt.



Opazimo lahko vzorec pikslov, ki predstavlja del diagonalne črte – na sliki zgoraj smo ga obkrožili. Ta vzorec je skupina vodoravnih (ali navpičnih) pikslov, ki se ponavljajo vzdolž diagonalne črte. Ker diagonalne črte rišemo pod različnim kotom, ima vsaka diagonalna črta svoj vzorec vodoravnih in navpičnih pikslov.

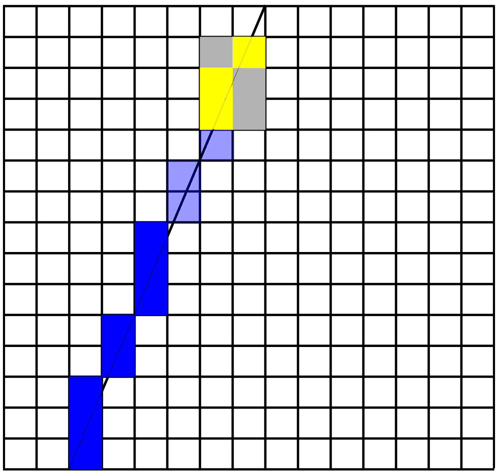
Kateri kvadratki v sivem območju bodo pobarvani?





Rešitev

Pravilen odgovor je B. Na sliki je manjkajoči vzorec narisan z nežno modro barvo, pravilen odgovor v sivem območju pa z rumeno.



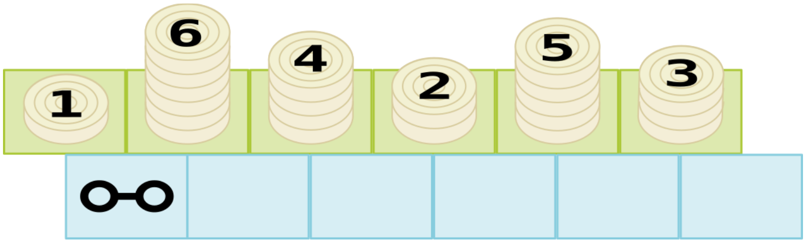
Računalniško ozadje

V tej nalogi je prikazan preprost algoritem za risanje črt, ki prikaže, kako je mogoče črto, ki ni navpična ali vodoravna, približati z zaporedjem pikslov. Ta algoritem uporablja naklon črte za določanje, kateri piksli naj bodo vklopljeni ali izklopljeni. Osnovni algoritem, ki je bil uporabljen v tej nalogi, je znan kot Bresenhamov algoritem. Bolj napredni algoritmi, kot je Gupta-Sproulov algoritem, omogočajo veliko boljše približke in bolj realistične prikaze črt.

Zamenjave 1

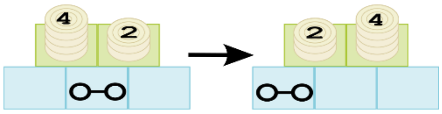
6. in 7. razred

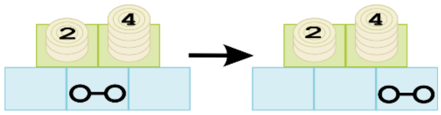
Na plošči sta dve vrstici po 6 polj, razporejenih kot na spodnji sliki. Na poljih zgornje vrstice so postavljeni stolpi iz žetonov, kjer ima vsak stolp svojo višino (1, 6, 4, 2, 5, 3). V spodnji vrstici je posebna oznaka, ki povezuje natanko dve polji v zgornji vrstici.



Začnemo s postavitvijo žetonov kot na zgornji sliki in ponavljamo naslednji potezi:

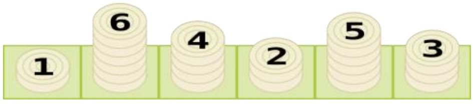
1. Če je stolp na levem polju oznake ***višji*** od stolpa na desnem polju, zamenjamo oba stolpa in premaknemo oznako v ***levo***, če je to mogoče.
2. Če je stolp na levem polju oznake ***nižji*** od stolpa na desnem polju, zamenjave ne naredimo in le premaknemo oznako v ***desno***.

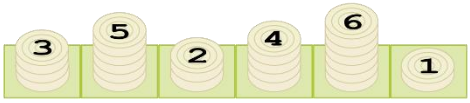


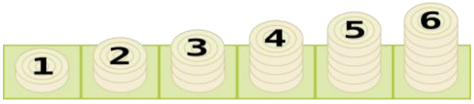


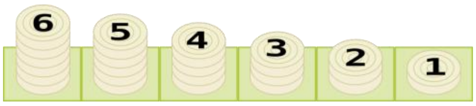
S potezami zaključimo, ko oznaka pride na skrajno desno polje.

Kako bo tedaj videti zgornja vrstica?

A) 

B) 

C) 

D) 

Rešitev

Pravilen odgovor je C. Ta odgovor lahko dobimo tako, da pazljivo naredimo vsak korak, kot je opisano, in vidimo, kje končamo. Hitrejši način je, da ugotovimo, da gre pri tej nalogi za urejanje stolpov po velikosti.

Pravzaprav po vsakem koraku velja, da so vsi stolpi levo od oznake urejeni po velikosti od najnižjega do najvišjega. Z uporabo koraka 2 se oznaka premika v desno, dokler je ta vrstni red pravilen. Če naletimo na stolp, ki ni na pravilnem mestu, bo zaporedje korakov 1 ta stolp prestavilo na pravilno mesto, oznaka pa se lahko spet začne premikati v desno. C je odgovor, pri katerem so stolpi urejeni od najnižjega do najvišjega.

Računalniško ozadje

V računalništvu je pogosto treba podatke preurediti tako, da so urejeni po velikosti. Eden od razlogov za to je, da je iskanje podatkov v urejenem zaporedju veliko hitrejše kot iskanje podatkov v neurejenem zaporedju.

Žoge

Jure in Matej se igrata igro ugibanja. Prvi od igralcev sestavi zaporedje rdečih in modrih žog ter sestavi namig, drugi pa mora ugotoviti, kakšno je zaporedje. Namig ustvarita po naslednjem pravilu:

- Začnemo pri prvi žogi na levi.
- Pri vsaki žogi preštejemo, koliko modrih žog je od vključno te naprej.
- Niz, ki ga dobimo, spremenimo tako, da soda števila zamenjamo z 0, liha števila pa z 1.

V zgornjem primeru bi bil namig takšen:3, 3, 2, 1, 1, 1, ki ga nadomestimo z: 1, 1, 0, 1, 1, 1

Jure je Mateju dal namig: 01110100. Katero od spodnjih zaporedij žog je sestavil Jure?

A) 

B) 

C) 

D) 

Rešitev

Pravilen odgovor je C. Če analiziramo niz 01110100 iz desne proti levi (od zadaj naprej), lahko dobimo zaporedje števil, ki prikazuje, koliko modrih kroglic je. Število modrih kroglic se spremeni, ko se zaporedje spremeni iz 1 v 0 ali iz 0 v 1 (če gremo od zadaj naprej), kot je prikazano v spodnji tabeli. Če je končna številka zaporedja 0, je zadnja krogla rdeča, če pa je končna številka zaporedja 1, je zadnja krogla modra.

0	1	1	1	0	1	0	0
4 modre	3 modre	3 modre	3 modre	2 modri	1 modra	0 modrih	0 modrih

Zaporedje modrih kroglic je torej 43332100. Če preverimo izbire, lahko vidimo, da se to zaporedje ujema z možnostjo C.

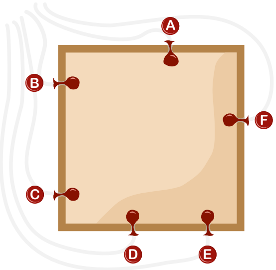
Računalniško ozadje

V tej nalogi smo zaporedje modrih žogic predstavili (zakodirali) z zaporedjem (kodo), sestavljenim iz 0 in 1. Ker smo poznali postopek kodiranja, smo lahko iz kode obnovili prvotno informacijo, to je, zaporedje modrih kroglic. V računalništvu se uporabljajo različna kodiranja, da računalnik lažje obdela informacije. S kodiranjem lahko recimo zmanjšamo velikost datoteke tako, da zmanjšamo število bitov, ki jo sestavljajo, brez izgube informacije.

Baloni 2

6. do 9. razred

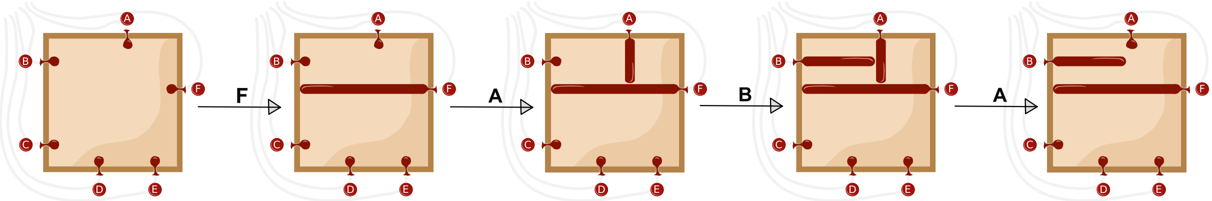
Bobri imajo napravo, ki ustvarja slike z napihovanjem podolgovatih balonov v kvadratnem okvirju. Baloni so označeni s črkami od A do F.



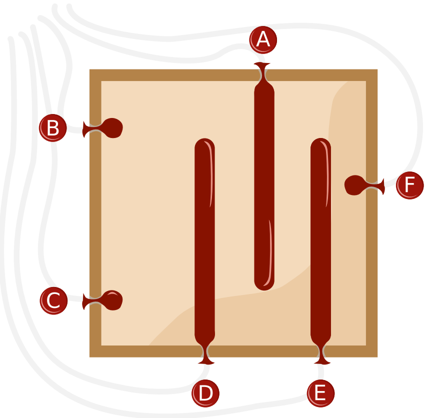
Naprava bere črke eno za drugo. Ko prebere črko:

- če je balon, označen s to črko, izpraznjen, ga naprava napihuje, dokler se ne dotakne nasprotnega roba okvirja ali drugega balona,
- sicer ga izprazni.

Na primer, če so na začetku vsi baloni izpraznjeni in naprava prebere F A B A, bo naprava naredila tako sliko:



Na začetku so vsi baloni izpraznjeni. Naprava prebere devet črk. Kakšno je bilo zaporedje ukazov (črk), da je naprava naredila spodnjo sliko?



Rešitev

Pravilni so štirje odgovori:

- B E B C A C B D B,
- B E C B A C B D B,
- B E B C A B C D B in
- B E C B A B C D B.

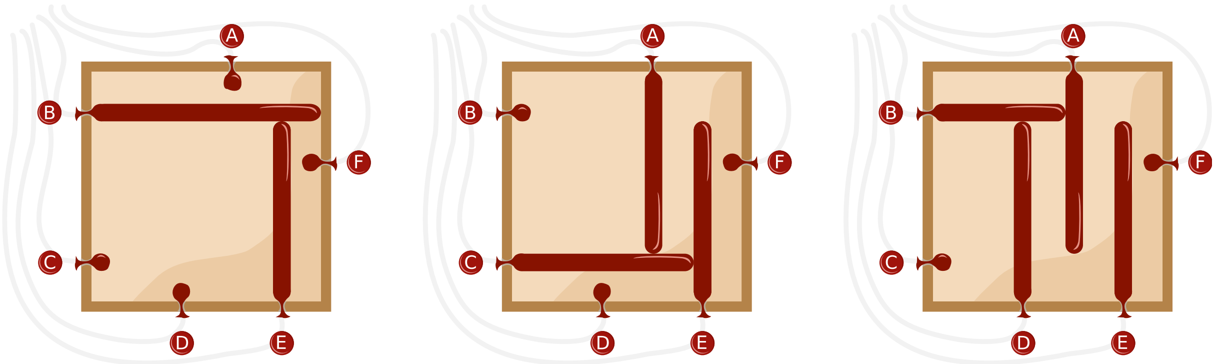
Rešitev prikazuje spodnja ilustracija.

Da se balon E ustavi na danem mestu, je nujno potrebno, da se najprej napihne balon B. Prva slika prikazuje stanje po izvedenih ukazih B in E.

Da se napihne balon A do pravega mesta, se mora pred tem napihniti balon C, balon B pa se mora izprazniti. Kaj se zgodi prej, ni pomembno, saj balona B in C ne vplivata en na drugega. Druga slika prikazuje stanje po izvedenih ukazih B E (B C) A (B in C smo zapisali v oklepaj, ker se lahko tudi zamenjata).

Balon B se mora spet napihniti za oviro za balon D, balon C pa se mora izprazniti. Spet, kaj se zgodi prej, ni pomembno. Tretja slika prikazuje stanje po izvedenih ukazih B E (B C) A (C B) D.

Nazadnje se mora balon B še izprazniti.



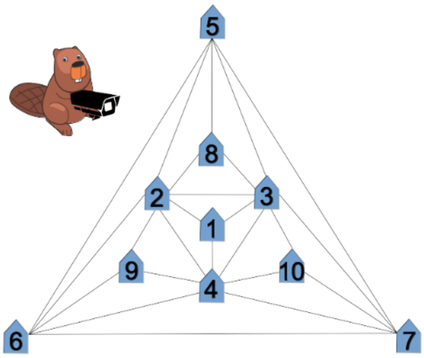
Računalniško ozadje

Zaporedje črk je računalniški program, ki nadzira napravo za napihovanje balonov. Vsaka črka je ukaz napravi, da napihne balon. Tako kot pri vsakem računalniškem programu je vrstni red ukazov ključnega pomena. Na primer, zaporedje B E bo ustvarilo drugačno sliko kot zaporedje E B.

Naj bo mesto varno

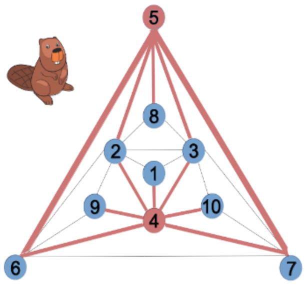
6. do 9. razred

Bober Leo živi v mestu z 10 hišami, ki so povezane s cestami, kot je prikazano na spodnji sliki. Za varnost v mestu želi poskrbeti z namestitvijo varnostnih kamer. Ker želi biti Leo učinkovit, bo uporabil najmanjše možno število kamer. Če je v hiši nameščena kamera, se šteje, da je ta hiša in vse ostale, do katerih lahko pridete po natanko eni cesti, varne. Če na sliki, na primer, namesti kamero v hišo 1, potem bi vse hiše 1, 2, 3 in 4 veljale za varne. Kakšno je najmanjše število kamer, ki jih potrebuje Leo, da bodo vse hiše v mestu varne?

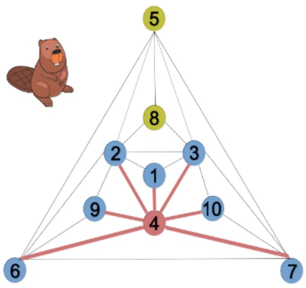


Rešitev

Pravilen odgovor je dve. Ena od možnih rešitev je, da Leo namesti kamere v hiši 4 in 5. To je ponazorjeno na naslednji sliki, kjer imata hiši 4 in 5 nameščene kamere, debele črte, ki povezujejo vsako od teh dveh hiš z drugimi hišami, pa predstavljajo, da so ustrezne hiše postale varne. Druge pravilne rešitve so: namestitev kamer na hiše 6 in 3, 7 in 2, 4 in 8, 3 in 9 ali 2 in 10.



Prepričajmo se, da mesta ni mogoče narediti varnega samo z eno kamero. Recimo, če Leo namesti kamero samo v hiši 4, potem hiši 5 in 8 ne bosta varni (kot je prikazano na naslednji sliki; hiši 5 in 8 nista povezani z debelimi črtami!). Podobno, če namesti kamero samo na hišo 3, potem hiši 6 in 9 ne bosta varni. Edini način, da bi Leo lahko poskrbel za varno celotno mesto z uporabo samo ene kamere, bi bil, da to kamero namesti v hišo, ki je z vsako od drugih hiš povezana z eno cesto. Preprosto je videti, da v Leovem mestu ni takšne hiše (glej sliko!).



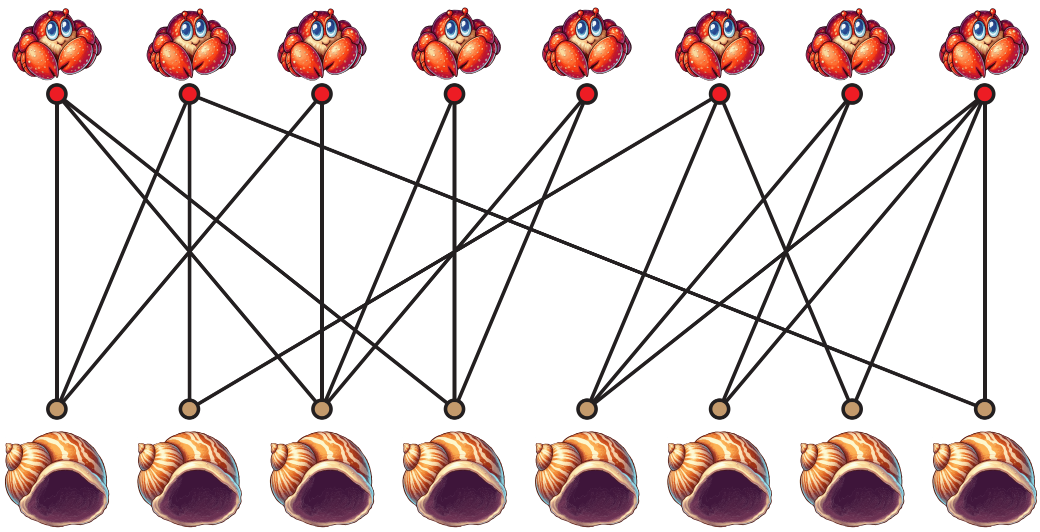
Računalniško ozadje

Vrsto realnih problemov je možno modelirati z uporabo grafov. Graf je podatkovna struktura, ki sestoji iz množice vozlišč in povezav, kjer so povezave neurejeni pari vozlišč. V naši nalogi hiše predstavljajo vozlišča, povezava med hišama pa obstaja, če imamo cesto, ki povezuje ti dve hiši. Vsaka porazdelitev kamer, tako da bo mesto varno, ustreza podmnožici vozlišč, tako da je vsako vozlišče v grafu povezano z nekim vozliščem v tej podmnožici.

Raki samotarji

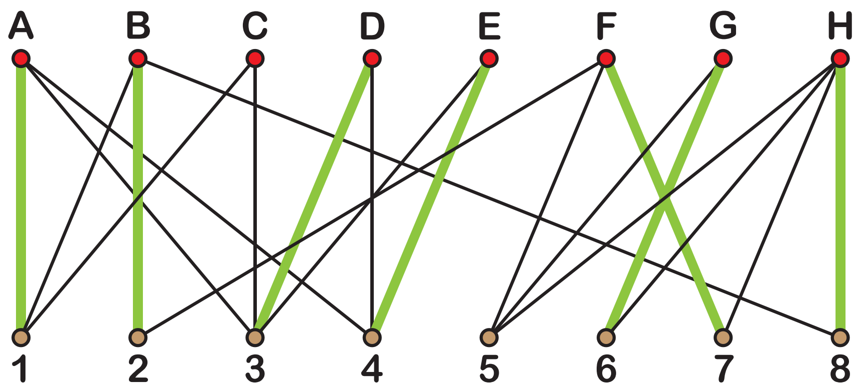
6. do 9. razred

Raki samotarji nosijo oklepe. Ko raki rastejo, njihove lupine postanejo premajhne in morajo iskati večje lupine. Na obalo je pravkar naplavilo vrsto novih školjk. Več rakov se je zbralo, da bi preizkusili te nove školjke. Na naslednjem diagramu je 8 rakov in 8 školjk. Rak lahko nosi samo tiste školjke, ki so z njim povezane z vrvico. Raki bi si radi porazdelili nove lupine, da jih bo čim več imelo nove oklepe. Kakšno je največje število rakov samotarjev, ki lahko nosijo eno od teh novih lupin?

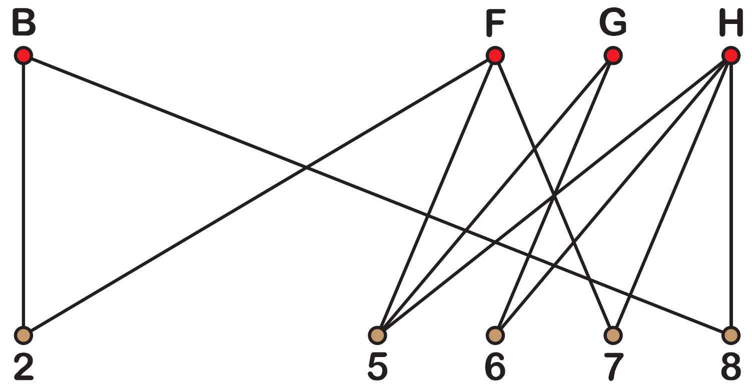


Rešitev

Pravilen odgovor je 7. Na spodnji sliki je en način, kako povezati 7 rakov samotarjev z novimi lupinami, pri čemer črke predstavljajo rake samotarje, številke pa nove školjke.



Prepričajmo se sedaj, da ni mogoče, da bi vseh 8 rakov samotarjev nosilo eno od teh novih lupin. Poglejmo si samo školjke s številkami 2, 5, 6, 7 in 8. Te školjke lahko nosijo samo raki samotarji s črkami B, F, G ali H (glej spodnjo sliko).

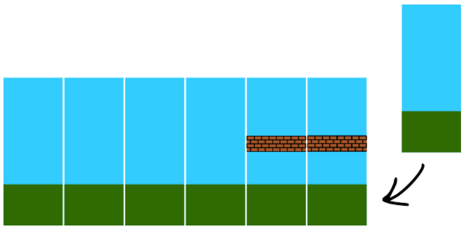


To pomeni, da imamo skupino petih školjk, ki ustreza samo skupini 4 rakov samotarjev. Torej ena od teh školjk zagotovo ne bo uporabljena. Ker smo že našli način za razdelitev preostalih 7 lupin, je največje število rakov samotarjev, ki lahko nosijo eno od teh novih lupin, 7.

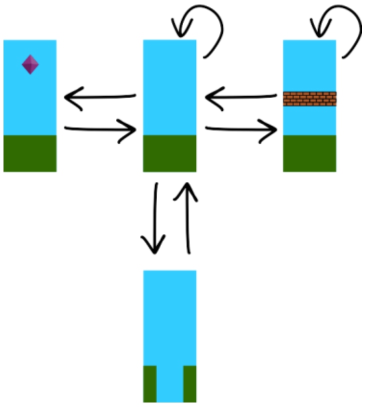
Računalniško ozadje

Vrsto realnih problemov je možno modelirati z uporabo grafov. Graf je podatkovna struktura, ki sestoji iz množice vozlišč in povezav, kjer so povezave neurejeni pari vozlišč. V naši nalogi raki in školjke predstavljajo vozlišča. Če raku ustreza določena školjka, imamo med njima povezavo. Vsaka porazdelitev lupin med rake ustreza neki podmnožici paroma disjunktnih povezav. (Povezavi sta disjunktni, če nimata skupnega vozlišča.) V nalogi iščemo največjo takšno podmnožico.

V računalniški igri Superbebras je ozadje sestavljeno iz zaporedja ploščic. Računalnik nenehno dodaja novo ploščico na desni strani zaporedja in istočasno odstranjuje ploščico na levi strani. Na ta način računalnik ustvari iluzijo gibanja.



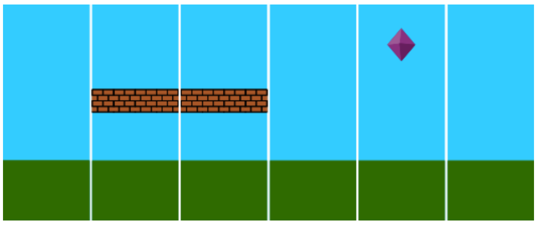
Računalnik izbere novo dodano ploščico s pomočjo diagrama na desni. Pogleda zadnjo ploščico in naključno izbere eno od ploščic, na katero kažejo puščice.



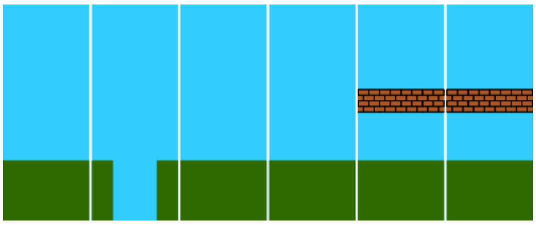
Na primer, po ploščici  lahko računalnik izbere ploščico  ali ploščico .

Katera od naslednjih slik NI ozadje v igri Superbebras?

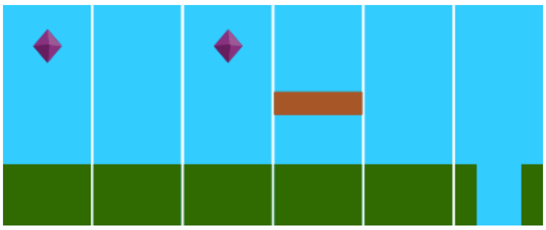
A)



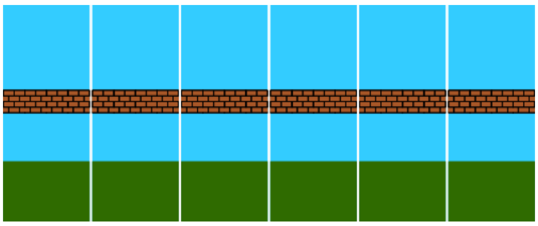
B)



C)



D)



Rešitev

Pravilen odgovor je C. Ploščici z diamantom lahko sledi le , kar pa tukaj ne velja.

Obstaja več načinov za rešitev te naloge. Preprosta strategija je preizkusiti vsako dano sliko ozadja in vsako ploščico preveriti glede na diagram, da ugotovimo, ali je veljavna. Hitrejši način je ta:

preverimo ploščice v diagramu, začenši s ploščicami, iz katerih izhaja samo ena puščica. Na te puščice gledamo kot na omejitve. Recimo, A → B pomeni »ploščici A mora slediti ploščica B«. Nato preverimo, ali ta omejitev velja za vsako sliko ozadja.

Računalniško ozadje

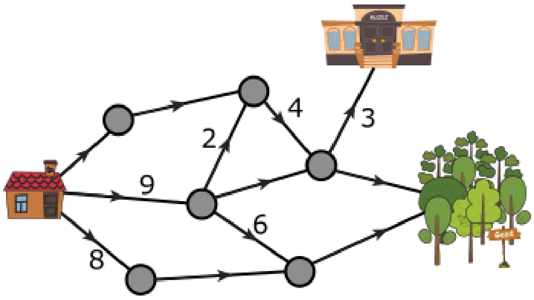
Računalniki sledijo natančnemu zaporedju navodil. V tej nalogi izbira nove ploščice ni popolnoma naključna, ampak mora upoštevati pravila, ki so predstavljena z diagramom iz ploščic in puščic. Takšni predstavitvi rečemo usmerjeni graf, pri čemer so vozlišča natanko posamezne ploščice, usmerjene povezave med njimi pa določajo, katere ploščice lahko izberemo naslednje.

Gozd

6. do 9. razred, srednja šola

Neurje je bobrom poplavilo in uničilo hišo , zato so se morali preseliti. Nekateri bobri so se preselili v muzej  preostali pa v gozd .

Migracije so bobri dokumentirali na zemljevidu. Krogci predstavljajo kraje ob poti selitve, puščice pa možne poti. Ob puščicah so zapisali številke, ki povejo, koliko bobrov je izbralo določeno pot. Tako na primer število 3 ob puščici do muzeja pove, da so trije bobri šli po tej poti v muzej.



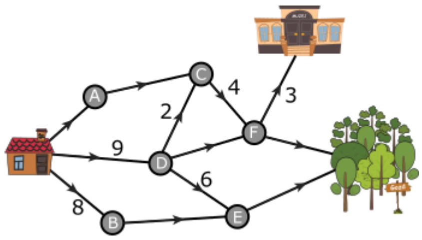
Vendar pa bobri niso bili dosledni pri beleženju migracij, zato nekatere številke manjkajo.

Koliko bobrov se je odselilo v gozd?

Rešitev

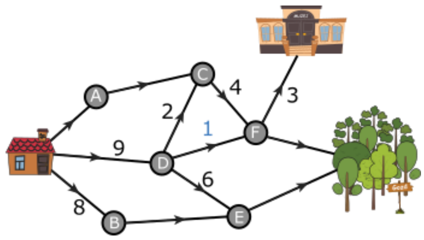
V gozd se je odselilo 16 bobrov.

Za lažjo razlago smo kraje na zemljevidu (krogce) označili s črkami od A do F.

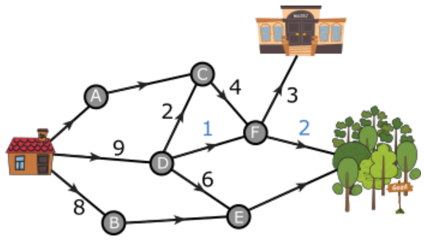


Ker bobri potujejo le v smeri puščic, vsak bober lahko obišče določen kraj le enkrat. Zato so bobri, ki so odšli v gozd, morali skozi kraja E ali F. Da so prišli do kraja F, so morali skozi kraj C ali D. Vemo, da so iz C v F prišli 4 bobri (kot je zapisano na zemljevidu migracij). Ne vemo pa, koliko jih je prišlo iz D.

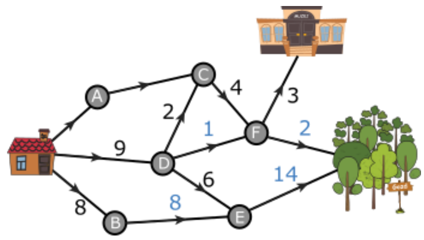
Poglejmo poti, ki so povezane s krajem D. Iz hiše je v kraj D prišlo 9 bobrov. Torej je moralo teh 9 bobrov tudi zapustiti kraj D. Vidimo, da iz kraja D vodijo tri poti: v kraj C (tja sta odšla 2 bobra), v kraj E (tja je odšlo 6 bobrov) ter v kraj F (tu pa nimamo zapisa o številu bobrov). Ker je 9 bobrov prišlo v kraj D, iz njega pa je v kraja C in E odšlo 8 bobrov (2 + 6), je moral en bober oditi v kraj F. Na zemljevid vpišemo manjkajoče število (modra številka).



Poglejmo zdaj še pot iz kraja F do gozda. V kraj F je prišlo 5 bobrov (4 + 1), 3 so nadaljevali pot do muzeja, torej sta morala 2 bobra nadaljevati do gozda.



Ugotoviti moramo še, koliko bobrov je prišlo v gozd iz kraja E. Šest bobrov je prišlo v kraj E iz kraja D. Ker je 8 bobrov zapustilo hišo po poti v kraj B, je moralo vseh 8 bobrov priti tudi v kraj E, saj iz kraja B vodi le ena pot: v kraj E. Torej je v kraj E skupaj prišlo 14 bobrov (6 + 8). Iz kraja E pa vodi naprej le ena pot, to je pot do gozda. Zato je vseh 14 bobrov moralo nadaljevati pot do gozda.



Če seštejemo število bobrov, ki so prišli v gozd iz krajev E in F, dobimo število 16 (2 + 14). Torej je v gozd migriralo 16 bobrov.

Računalniško ozadje

V nalogi smo uporabili *utežen usmerjen graf*. Vozlišča v grafu (kraji) so povezana z usmerjenimi povezavami (poti, po katerih lahko gredo bobri v določeno smer), vsaka povezava pa ima pripisano utež (število bobrov, ki so šli po tej poti). Za rešitev problema smo morali pri posameznem vozlišču upoštevati vsoto vseh uteži na povezavah, ki so usmerjene v vozlišče in tistih iz vozlišča.

Koda za sef

6. do 9. razred, srednja šola

Sef se odpre, če vpišemo skrivno geslo. Posebna kontrolna enota v sefu preverja vsako vpisano črko, če se ujema s skrivnim geslom. Za preverjanje ene črke potrebuje eno sekundo. Če se vpisana črka ne ujema s skrivnim geslom, se takoj sproži alarm. Na primer, če se prvi dve vpisani črki ujemata z geslom, tretja črka pa ne, se alarm sproži po 3 sekundah.

Bober Tatinski bi rad prišel do diamantov, ki so skriti v sefu. Vsako noč se pritihotapi do sefa in ga poskuša odpreti z uporabo različnih gesel. Sproti si zapisuje uporabljena gesla in koliko sekund je minilo do sprožitve alarma.

Neke deževne noči pa mu med begom po sproženem alarmu listek z zapiski pade v blato. Nekatere črke zapisanih gesel so prekrite z blatom in jih ne more prebrati (prikazane kot * v spodnji tabeli).

Ugibano geslo	Število sekund do sproženja alarma
*VIDR*LOS***	1
******JAM***	8
*O*ROV*S****	7
JEŽ*A*	2
BO*N*R*EK***	4
*****V*EŽ***	9
B*VEZ***	5
********Z***	10

Kljub temu je Bober Tatinski zadovoljno ugotovil, da lahko še vedno določi prvih 9 črk skrivnega gesla. Katere so te črke?

A) BOBJEŽVEZ
B) BOBROVJEZ
C) BVIDRALOS
D) BOSIROVJEZ
E) BOBNARJEV
F) BONJEŽJAM
G) BOBERTEST
H) BOBROVKAZ

Rešitev

Pravilen odgovor je BOBROVJEZ.

Če se alarm sproži po *n* sekundah, Bober Tatinski ve, da je prvih *n-1* črk ugibanega gesla pravilnih, *n*-ta črka pa je napačna. Zato lahko pri vsakem ugibanem geslu določimo, koliko začetnih črk je pravilnih. V tabeli jih označimo krepko, prvo napačno črko (ob kateri se sproži alarm) pa podčrtajmo. Zdaj lahko v vsaki vrstici določimo tudi posamezne pravilne črke gesla (in jih postopoma zamenjujemo z začetnimi zvezdicami):

Ugibano geslo	Število sekund do sproženja alarma	Prvih 9 črk gesla
*VIDR*LOS***	1	*********
******JAM***	8	******J**
*O*ROV*S****	7	*O*ROVJ**
JEŽ*A*	2	*O*ROVJ**
BO*N*R*EK***	4	BO*ROVJ**
*****V*EŽ***	9	BO*ROVJE*
B*VEZ***	5	BOBROVJE*
********Z***	10	BOBROVJEZ

Računalniško ozadje

Kriptografija ima ključno vlogo pri računalniški varnosti. V nalogi smo prikazali tako imenovani *napad po stranskem kanalu* (angl. *side-channel attack*), kjer napadalci izkoristijo informacije, ki jih dobijo od strojne opreme in ne napadejo neposredno programske opreme. Pri *napadih z merjenjem časa* (angl. *timing attack*) je to čas, ki ga naprava ali algoritem porabi in ki se razlikuje pri različnih vhodih. Tako kot v naši nalogi, kjer je število sekund do alarma pravzaprav informacija, koliko črk gesla se je uspešno preverilo.

Poglejmo, kako lahko to izkoristi napadalec. Če je geslo BOBROVJEZ (9 črk), lahko napadalec najprej poskusi z gesli dolžine 1. Pri geslu A ali C se sproži alarm po eni sekundi, pri geslu B pa šele po dveh sekundah. Tako lahko napadalec ugotovi, da je prva črka gesla B. Nato nadaljuje podobno z gesli dolžine dva, nato tri in tako naprej, dokler ne ugane celega gesla.

Ob predpostavki, da geslo vsebuje le velike črke slovenske abecede, imamo teoretično več kot 3,8 bilijona (25^9) kombinacij za geslo, vendar nam dodatna informacija glede časa izvajanja preverjanja gesla omogoča, da geslo uganemo z največ 225 (= 25 x 9) poskusi.

Zeliščarka Pehta pri prodaji zelišč uporablja tehtnico, za katero ima naslednjih 5 uteži: 1 g, 3 g, 9 g, 27 g in 81 g. Spodnja slika prikazuje, kako odmeri 11 gramov zelišč. Zelišča vedno postavi na desno stran tehtnice.

Pehta je za svojo novo pomočnico Mojco pripravila navodila, kako odmeriti različne količine zelišč. Navodilo sestavlja niz črk L, D in N, po vrsti za vse uteži. L pomeni, da utež postavimo na levo stran tehtnice, D pomeni desno stran, N pa, da uteži ni na tehtnici. Za odmero 11 gramov zelišč imamo naslednje navodilo: D L L N N.

Teža	1 gram	3 grame	9 gramov	27 gramov	81 gramov
11 gramov	D	L	L	N	N

Kakšno je navodilo za 34 gramov?

A) L N D L N
B) D D D D L
C) L D L L N
D) N L D L N

Rešitev

Pravilen odgovor je C: za 34 gramov imamo navodilo L D L L N.

Poglejmo za vsa podana navodila, kaj merijo.

Navodilo L N D L N (odgovor A) ima na levi strani 1 + 27 = 28 gramov, na desni pa 9 gramov. Razlika je 19 gramov (28 -9 = 19), torej je to navodilo za odmero 19 gramov zelišč.

Navodilo D D D D L (odgovor B) ima na levi strani 81 gramov. Na desni pa ima 1 + 3 + 9 + 27 = 40 gramov. Ker je 81 – 40 = 41, s tem navodilom odmerimo 41 gramov zelišč.

Navodilo L D L L N (odgovor C) ima na levi strani 1 + 9 + 27 = 37 gramov, na desni pa 3 grame. Razlika je 37 - 3 = 34 in s tem navodilom lahko odmerimo 34 gramov zelišč, kar je tudi iskani odgovor.

Preverimo še navodilo N L D L N (odgovor D). Na levi imamo 3 + 27 = 30 gramov, na desni pa 9 gramov. Razlika je 21 gramov (30 – 9 = 21).

Torej 34 gramov zelišč lahko odmerimo le z navodilom pri odgovoru C.

Računalniško ozadje

Navodila, ki jih je sestavila Pehta, pravzaprav predstavljajo zapis števila v številskem sistemu z osnovo 3 (trojiški sistem). Čeprav se v računalništvu navadno ne uporablja, pa razumevanje delovanja trojiškega sistema pomaga tudi pri razumevanju dvojiškega sistema (številski sistem z osnovo 2), na katerem temelji predstavitev digitalnih podatkov.

V nalogi smo uporabili uravnotežen trojiški sistem, ki se uporablja tam, kjer imamo tri različna stanja, tipično pozitivno, negativno ali nič. Taka stanja najdemo v električnih napravah, matematičnih strukturah, pa tudi v športu (zmaga, poraz, neodločeno).

Vrednosti kart

6. do 9. razred, srednja šola

Imamo pet vrst kart, na hrbtni strani označenih s črkami A, B, C, D in E, in po več kart posamezne vrste.

Na sprednji strani imajo karte vrednosti 1, 2, 4, 8 in 16, a ne vemo, katera številka je na posamezni vrsti karte. Bobri pa to vedo. Vsak bober vzame **najmanjše število kart** tako, da je **vsota vrednosti kart** enaka **njegovi starosti**.

Franci je star 17 let. Vzel je dve karti in ena od njiju je C.

Greta je stara 18 let. Tudi ona je vzela dve karti. Ena od kart je B. Druga pa je enaka karti, ki jo je vzela Helena, a to ni karta E.

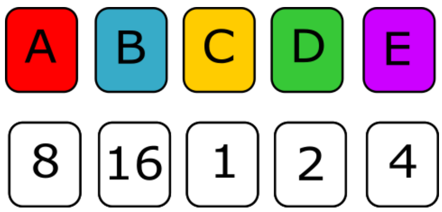
Helena je stara 15 let in je edina vzela karto A. Karta A je njena najvišja karta (tj. ima največjo številko od vseh njenih kart). Vzela je tudi karto C.

Katera številka je na karti E?

Rešitev

Na karti E je številka 4.

Posamezne karte imajo naslednje vrednosti:



In kako smo dobili to rešitev?

Franci je star 17 let, torej je moral vzeti karti 1 in 16. Greta ima 18 let, zato je vzela karti 2 in 16. Petnajstletna Helena pa je vzela karte 1, 2, 4 in 8.

Ker sta tako Franci kot Helena vzela karto C, mora ta karta imeti vrednost 1. **C = 1**.

Greta je vzela karto B, a to ni tista, ki jo ima tudi Helena. Zato mora imeti karta B vrednost 16. **B = 16.**

Helena je edina, ki ima karto A. Vrednosti 4 in 8 potrebuje le Helena. Ker je karta A Helenina najvišja karta, mora ta imeti vrednost 8. **A = 8.**

Ostaneta nam le še karti D in E ter vrednosti 2 in 4. Ker ima Greta eno karto enako kot Helena, pa to ni karta E, na karti E ne more biti vrednost 2, saj si to vrednost delita Greta in Helena. Torej mora biti vrednost karte E enaka 4. **E = 4.**

In preostala vrednost 2 pripada karti D. **D = 2.**

Računalniško ozadje

V računalništvu števila pogosto predstavimo na drugačen način, kot smo vajeni v vsakdanjem življenju. Dvojiški (ali binarni) številski sistem je osnova za izračune v računalnikih, saj ga računalniki uporabljajo tako za predstavitev podatkov kot tudi za njihovo obdelavo. Besedilo, slike, zvok, video in drugi podatki so vsi shranjeni v računalniku kot zaporedje ničel in enic, torej v binarni obliki.

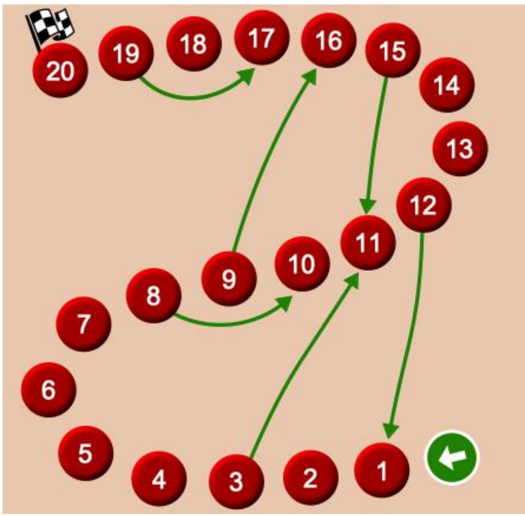
V naši nalogi so vrednosti posameznih kart potence števila 2. Vsako naravno število lahko predstavimo kot vsoto posameznih potenc števila 2 (tako kot so v nalogi to naredili bobri).

Dirka 1

8. in 9. razred

Štiri bolhe, A, B, C in D, se pomerijo na dirkalni progi, ki jo prikazuje desna slika (začetek označuje bela puščica desno spodaj, cilj pa je levo zgoraj). Dirka ima le dve pravili:

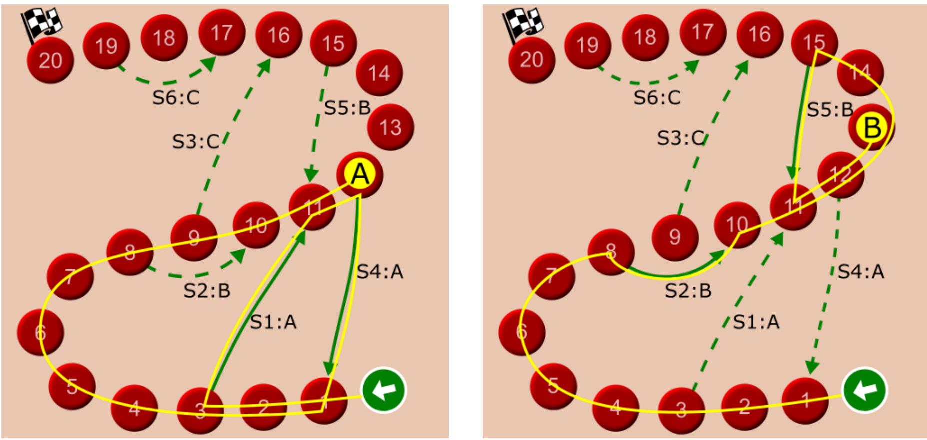
1. Bolhe skačejo po vrsti, ena za drugo. Ko je bolha na vrsti, skoči eno mesto naprej.
2. Zelene puščice predstavljajo enkratno bližnjico. Če bolha skoči na mesto, iz katerega vodi puščica, takoj skoči naprej na mesto, na katerega kaže puščica. Po skoku puščica izgine, tako da je druge bolhe ne morejo uporabiti.

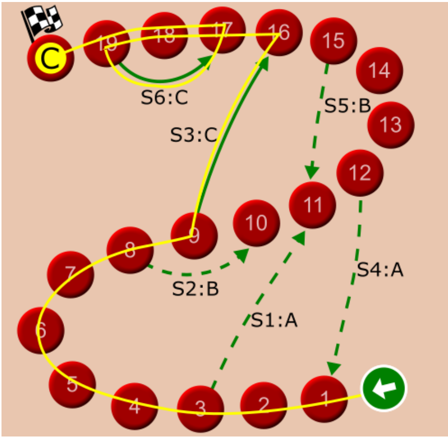


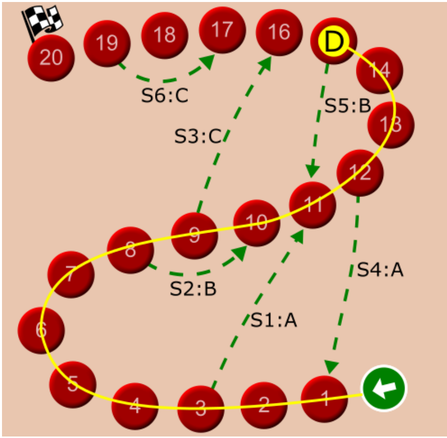
Katera bolha bo zmagala, če je v vsakem krogu prva na vrsti bolha A, nato bolha B, zatem bolha C in nazadnje bolha D?

Rešitev

Pravilen odgovor je C. Za razlago so podane 4 sheme poti posameznih bolh. Rumeni krogi predstavljajo položaje posameznih bolh A, B, C in D po 15. krogu (ko zmagovalec doseže cilj). Rumene črte prikazujejo njihove poti. Puščice za skakanje so oštevilčene od S1 do S6, ki jim sledijo A, B, C ali D, kar označuje bolho, ki uporabi bližnjico, nato pa puščica izgine. Polna puščica označuje bližnjico, ki je na voljo za uporabo. Črtkana puščica pomeni, da je izginila.







Ker se bolha A prva premakne, pride prva do puščice S1 in jo uporabi. V naslednjem krogu mora uporabiti puščico S4, tako da se po 4. krogu bolha A vrne na mesto s številko 1 in je za vsemi ostalimi. Bolha B je prva, ki pride do puščice S2, zato preskoči puščico S3. Torej je bolha C prva, ki doseže puščico S3. S puščico S3 se bolha C premakne na mesto s številko 16. Čeprav se z mesta s številko 19 vrne za 2 mesti, še vedno ohranja vodstvo. Bolha D ne uporabi nobene od puščic, zato ne more prehiteti bolhe C. Zmagovalec je torej bolha C.

Računalniško ozadje

Z računalniki lahko izvajamo simulacije različnih fenomenov in procesov, med drugim tudi tekmovanja, kjer se pogoji dinamično spreminjajo kot v naši nalogi (zelene puščice). Če proces lahko opišemo z algoritmom, lahko računalnik predvidi in simulira rezultat.

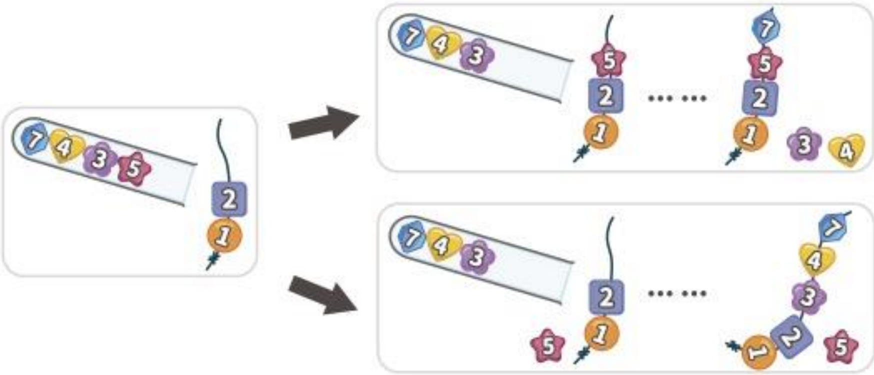
Zapestnica

8. in 9. razred

Bober izdeluje zapestnico. Iz epruvete jemlje oštevilčene perlice, eno za drugo. Za vsako perlico se odloči, ali jo bo dal na vrvico ali pa jo bo odložil in je ne bo uporabil. Vendar lahko perlico natakne na vrvico le, če:

- je vrvica prazna, ali
- je številka na perlici večja od številke na zadnji perlici na vrvici.

V spodnjem primeru ima zadnja perlica na vrvici številko 2. Tako bober lahko na vrvico položi perlico številka 5 ali pa jo odloži.

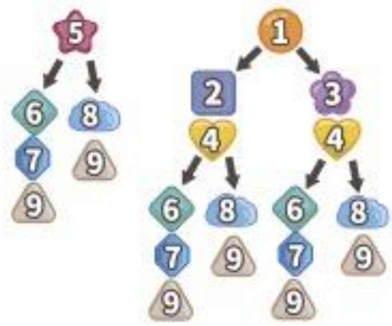


Bober izdeluje novo zapestnico iz perlic v naslednji epruveti:

Kolikšno je največje število perlic, ki jih lahko natakne na vrvico?

Rešitev

Pravilen odgovor je 6 perlic. Sestavimo vse možne zapestnice v danem primeru in nato poglejmo, katere imajo največje število perlic. Prva perlica iz epruvete ima številko 5. Če jo nataknemo na vrvico, potem lahko na vrvico nataknemo le perlice 6, 7, 8 in 9, z dvema možnima zaporedjema perlic, ki sta lahko na koncu vrvice: 5679 in 589. Če perlico 5 odložimo in na vrvico najprej nataknemo naslednjo perlico 1, obstaja več možnih in daljših zaporedij, kot je prikazano na tej sliki:



Če je katera koli druga perlica kot prva pritrjena na vrvico, je najdaljše možno končno zaporedje že vključeno v eno od zgornjih, začenši z 1 ali 5. Na primer, če perlico 2 najprej postavimo na vrvico, pride do zaporedij, kot sta 24679 ali 2489, ki sta obe vključeni v eno od daljših zaporedij zgoraj (124679 oziroma 12489). Iz tega ugotovimo, da se zapestnici z največjim številom perlic iz dane epruvete začneta s perlico 1 in vsaka je sestavljena iz 6 perlic: 124679 in 134679.

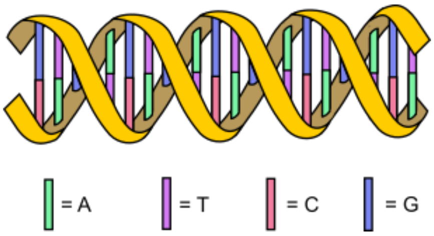
Računalniško ozadje

Namesto da problem rešimo z zelo dolgim zaporedjem osnovnih opravil, najprej razdelimo problem na smiselne manjše dele in vsakega od njih rešimo z zaporedjem osnovnih opravil.

Genski zapis

8. do 9. razred, srednja šola

Vsako živo bitje ima DNK, ki določa njegov genski zapis. Zaporedje DNK je sestavljeno iz vrste osnovnih komponent, nukleotidov. Vsak nukleotid vsebuje eno od štirih vrst dušikovih baz, adenin (A), gvanin (G), citozin (C) ali timin (T). Na DNK lahko pride do mutacije, ki povzroči spremembo zaporedja dušikovih baz.



Vormi so bitja, ki lahko mutirajo na tri načine:

1. **Sprememba** dušikove baze: v zaporedju DNK se spremeni ena dušikova baza v drugo. Primer: v zaporedju AGGTC se C spremeni v A in dobimo novo zaporedje AGGTA.
2. **Izbris** dušikove baze: v zaporedju DNK pride do izbrisa ene dušikove baze. Primer: če v zaporedju AGGTC pride do izbrisa enega G, dobimo zaporedje AGTC.
3. **Podvojitev** dušikove baze: v zaporedju DNK pride do podvojitve ene dušikove baze. Primer: v zaporedju AGGTC pride do podvojitve T in dobimo novo zaporedje AGGTTC.

GTATCG je začetno zaporedje DNK nekega vormija. Katero od navedenih zaporedij DNK **ne** more pripadati temu vormiju po treh genskih mutacijah?

A) GCAATG
B) ATTATCCG
C) GAATGC
D) GGTAAAC

Rešitev

Pravilen odgovor je D: GGTAAAC.

Poglejmo, kako lahko navedena zaporedja DNK dobimo z mutacijami iz začetnega zaporedja GTATCG. Začetno zaporedje primerjamo z zaporedjem po mutacijah pri vsakem posameznem odgovoru. Pri primerjavi gledamo posamezne črke obeh zaporedij (začetnega in končnega) od leve proti desni in če se črki ne ujemata, uporabimo eno od treh vrst mutacije za »popravek« zaporedja. Pri vsakem odgovoru je predstavljen le eden od možnih načinov mutacij (pravzaprav je tudi vrstni red mutacij lahko poljuben, ker so med seboj neodvisne).

Odgovor A: V začetnem zaporedju GTATCG imamo v prvi mutaciji zamenjavo dušikove baze T v C in dobimo GCATCG. Druga mutacija je podvojitev dušikove baze A in dobimo GCAATCG. Pri tretji mutaciji pa pride do izbrisa dušikove baze C (druga pojavitev), kar da zaporedje GCAATG (tj. odgovor A). Zaporedje pri odgovoru A torej lahko dobimo s tremi mutacijami začetnega zaporedja.

Odgovor B: Prva mutacija začetnega zaporedja GTATCG povzroči zamenjavo dušikove baze G (prva pojavitev) v A, kar da zaporedje ATATCG. Druga mutacija je podvojitev prve dušikove baze T in dobimo zaporedje ATTATCG. Pri tretji mutaciji pa se podvoji dušikova baza C, kar da zaporedje ATTATCCG, to je odgovor B. Torej tudi zaporedje pri odgovoru B lahko dobimo s tremi mutacijami začetnega zaporedja.

Odgovor C: Prva mutacija začetnega zaporedja GTATCG povzroči zamenjavo prvega T v A, dobimo zaporedje GAATCG. Pri drugi mutaciji pride do zamenjave C v G (dobimo GAATGG) in pri tretji mutaciji pride spet do zamenjave, tokrat zadnjega G v C. Rezultat je zaporedje GAATGC, ki je navedeno pri odgovoru C. Vidimo, da lahko tudi zaporedje pri odgovoru C dobimo s tremi mutacijami začetnega zaporedja.

Odgovor D: Poskusimo zaporedje pri odgovoru D dobiti iz začetnega zaporedja s kar najmanj mutacijami. Začetno zaporedje je dolgo 6 znakov, po treh mutacijah pa je dolžina 7. Ker edino mutacija podvojitve podaljša zaporedje, moramo imeti eno podvojitev več, kot imamo izbrisov. Podvojita se lahko le G in A (saj T in C nastopata le enkrat v končnem zaporedju). Prva mutacija začetnega zaporedja GTATCG je podvojitev prvega G, kar nam da zaporedje GGTATCG (ker sta znaka, ki sledita G, že enaka kot v končnem zaporedju, zamenjava tu ni ustrezna). Prvi štirje znaki se zdaj ujemajo z odgovorom D, a imamo premalo A-jev. Zato kot drugo mutacijo naredimo podvojitev A in dobimo zaporedje GGTAATCG (zaporedje ima en znak preveč, zato bomo morali narediti še en izbris). Še vedno imamo en A premalo, zato je tretja mutacija T (druga pojavitev) v A. Dobimo zaporedje GGTAAACG. Zaporedje moramo zdaj še skrajšati, kar naredi četrta mutacija, izbris zadnjega G. Dobimo zaporedje GGTAAAC. Vidimo, da za zaporedje pri odgovoru D potrebujemo štiri mutacije in ga ne moremo dobiti le s tremi mutacijami.

Računalniško ozadje

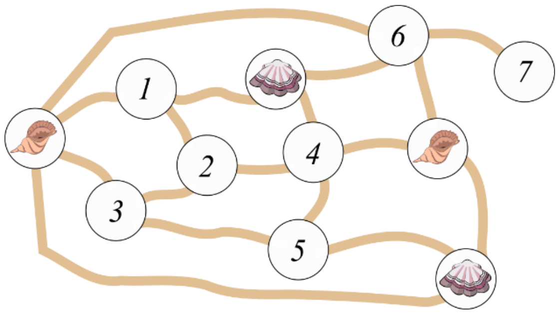
Pri rešitvi te naloge smo gledali razdalje med dvema besedama (zaporedjema DNK). Razdalja med besedama pove, koliko sprememb (mutacij) moramo narediti na besedi, da dobimo drugo besedo. Navadno iščemo najmanjše število takih sprememb. Do rešitve pridemo tako, da preverimo vse možne spremembe na vseh delih besede in iščemo najmanjše število takih sprememb.

Najkrajšo razdaljo med dvema besedama imenujemo tudi popravna razdalja, saj pove, najmanj koliko popravkov ene besede moramo narediti, da iz nje dobimo drugo besedo. To je tudi mera podobnosti med dvema besedama (manjša popravna razdalja pomeni večjo podobnost). Levenshteinova razdalja je ena najbolj znanih popravnih razdalj. Operacije, ki jih uporablja, so zamenjava črke, brisanje črke in vrivanje črke (v nalogi smo namesto vrivanja poljubne črke uporabili podvojitev obstoječe črke).

Igra s školjkami

Za popestritev poletnega popoldneva na peščeni plaži sta Alja in Borut igrala igro s školjkami. V pesku sta naredila luknje (beli krogi na spodnji sliki), te povezala s črtami (rjave povezave) ter izmenično postavljala školjke v prazne luknje. Alja je igrala z eno vrsto školjk , Borut pa z drugo . Igro izgubi tisti igralec, ki ima prvi školjki v dveh sosednjih luknjah (tj. povezanih s črto).

Po začetku igre je vsak od njiju izmenjaje postavil po dve školjki, kot prikazuje slika:



Na vrsti je Alja. V katero prazno luknjo (označene so s številkami) naj postavi svojo školjko, da bo zagotovo zmagala v igri?

Rešitev

Da si zagotovi zmago, mora Alja postaviti školjko v luknjo 7.

Če Alja postavi školjko v luknje 1, 3, 4 ali 6, bo takoj izgubila igro. Torej lahko izbira le med luknjami 2, 5 ali 7.

Če bi Alja postavila školjko na 2, bi Borut lahko svojo školjko postavil na 7. Potem bi morala Alja izbrati 5 (v vseh drugih primerih bi takoj izgubila). Borut bi nato lahko izbral 3 in Alji ne bi preostalo drugega, kot da izgubi igro.

Podobno bi se zgodilo tudi v primeru, da Alja školjko postavi na 5. Borut bi nato lahko izbral 7 in Alja bi v naslednjem koraku morala izbrati 2 (sicer bi izgubila igro). Borut bi lahko nadaljeval s 3 in tudi v tem primeru bi Alja izgubila v naslednjem koraku.

Če pa Alja izbere 7, ima Borut v naslednjem koraku na voljo le luknje od 1 do 6. Če izbere 1, 4, 5 ali 6, takoj izgubi igro. Če pa školjko postavi na 2 ali 3, lahko Alja v naslednjem koraku svojo školjko postavi na 5. Borutu pa ostanejo le luknje, ki so neposredno povezane s tistimi, v katerih že ima svoje školjke. To pomeni, da v tem koraku izgubi igro. Torej lahko Alja gotovo zmaga, če svojo školjko postavi na 7.

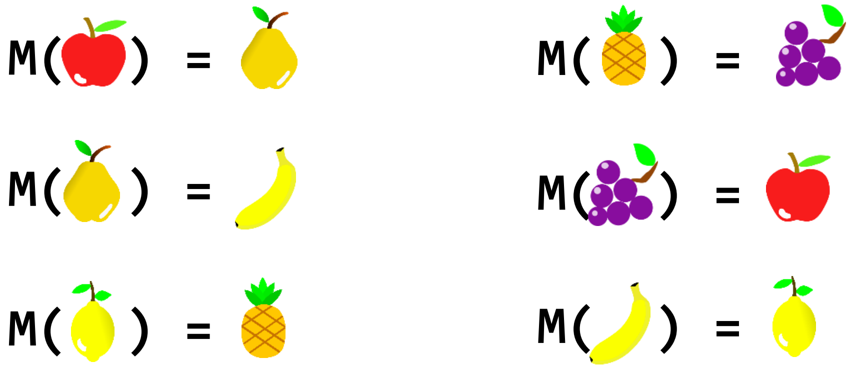
Računalniško ozadje

Teorija iger se ukvarja s podobnimi problemi, kot smo ga reševali v nalogi: poiskati in implementirati zmagovalno strategijo (kot smo jo za Aljo poiskali v nalogi). S pomočjo teorije iger lahko v računalništvu rešujemo pomembne probleme.

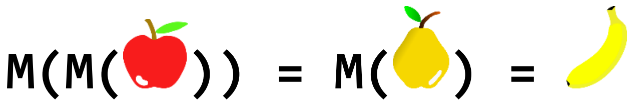
Sadni čarovnik

8. do 9. razred, srednja šola

Bober Mag je znan čarovnik, ki najraje čara s sadjem, tako da spreminja eno sadje v drugo. Znani so naslednji njegovi triki:



Letos pa je Mag svoje trike še izpopolnil in tako na sadju izvaja tudi več sprememb zapored. Tako na primer vzame jabolko in ga najprej spremeni v hruško, nato pa hruško spremeni še v banano. Tako dvojno spremembo zapišemo kot



Na zadnjem nastopu je Mag za svoj trik uporabil spodnjo formulo.

Kateri sadež je dobil?

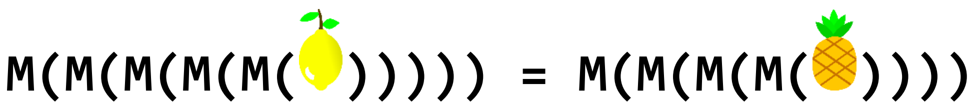
A) B) C) D) E) F)

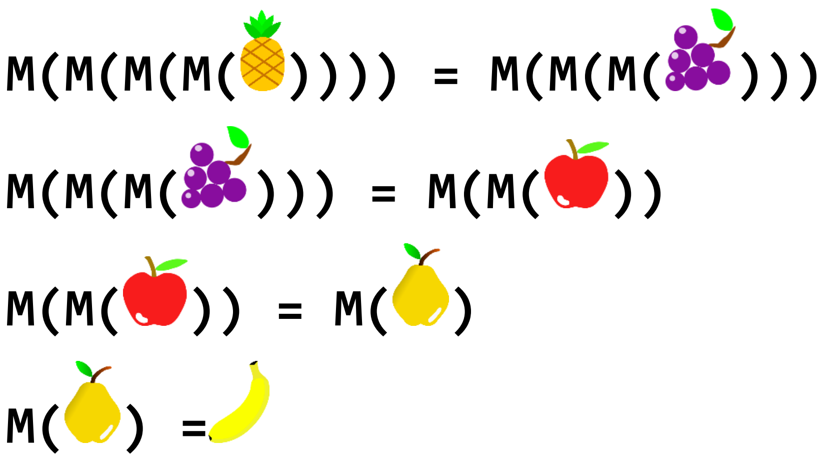
Rešitev

Pravilen odgovor je B: na koncu je dobil banano.

Bober Mag je zaporedoma naredil 5 sprememb sadja. Začel je z limono, ki jo je spremenil v ananas. Iz ananasa je ob drugi spremembi dobil grozdje, iz tega pa ob tretji spremembi jabolko. Četrta sprememba je jabolko spremenila v hruško. Peta, zadnja sprememba je hruško spremenila v banano.

Spremembe lahko tudi postopoma vključimo v formulo in pridemo do enakega rezultata:





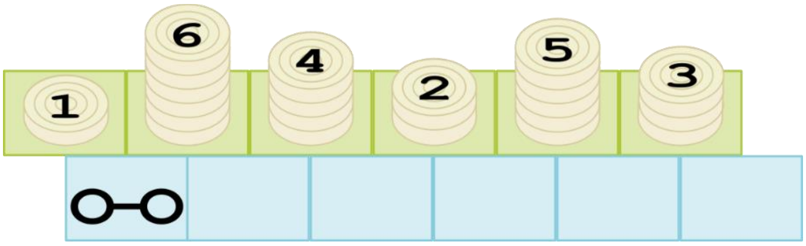
Računalniško ozadje

Funkcija je ločena enota programa (podprogram), katere naloga je, da podane vhodne podatke (svoje parametre ali argumente) po določenem postopku (algoritmu) pretvori v nove podatke (rezultat). Pri reševanju problema lahko funkcija pokliče tudi samo sebe – temu pravimo rekurzija. Glavna ideja rekurzije je, da si pri reševanju problema pomagamo z rešitvijo istega problema na manjših podatkih (ki je lažje rešljiv). Tako problem razbijemo na manjše podprobleme, dokler podproblemi niso tako enostavni, da so trivialno rešljivi (ker imamo tako majhne in enostavne vhodne podatke). Tudi bober Mag je pri svojih trikih uporabljal funkcije in rekurzijo.

Zamenjave 2

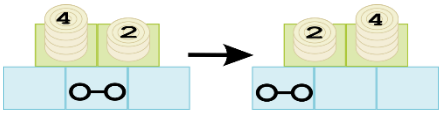
8. do 9. razred, srednja šola

Na plošči sta dve vrstici po 6 polj, razporejenih kot na spodnji sliki. Na poljih zgornje vrstice so postavljeni stolpi iz žetonov. V spodnji vrstici je posebna oznaka, ki povezuje natanko dve polji v zgornji vrstici.

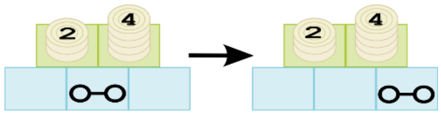


Začnemo s postavitvijo žetonov kot na zgornji sliki in ponavljamo naslednji potezi:

1. Če je stolp na levem polju oznake ***višji*** od stolpa na desnem polju, zamenjamo oba stolpa in premaknemo oznako v ***levo***, če je to mogoče.



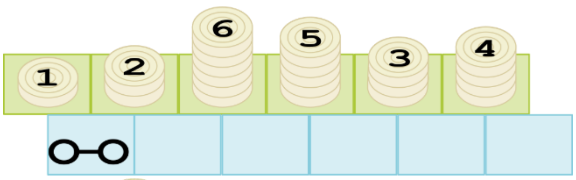
2. Če je stolp na levem polju oznake ***nižji*** od stolpa na desnem polju, zamenjave ne naredimo in le premaknemo oznako v ***desno***.



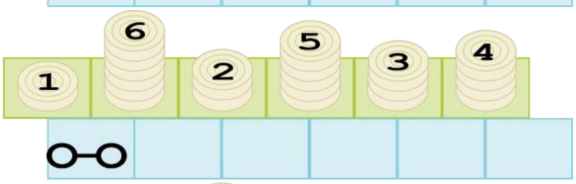
S potezami zaključimo, ko oznaka pride na skrajno desno polje.

Pri kateri od štirih začetnih postavitev žetonov bomo naredili najmanj potez do zaključka igre (oznaka na skrajno desnem polju)?

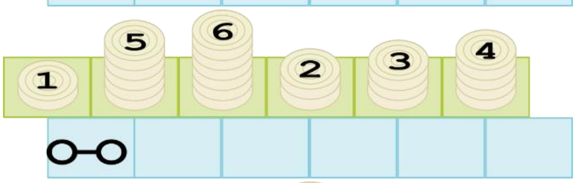
A)



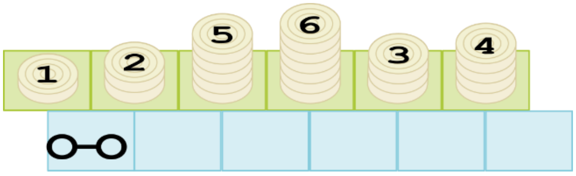
B)



C)



D)



Rešitev

Pravilen odgovor je D.

Odgovor lahko poiščemo tako, da za vsako začetno postavitev odigramo vse poteze te igre in sproti štejemo poteze. Vendar lahko z nekaj razmisleka odgovor najdemo precej hitreje: število potez vseh štirih začetnih postavitev le primerjamo med seboj, ne da bi jih dejansko prešteli.

Za poenostavitev te razlage najprej zapišimo vsa štiri začetna stanja s številkami, ki povejo višino stolpa (število žetonov na stolpu), položaj oznake pa označimo s črnim krogcem:

Postavitev A	1 ● 2 6 5 3 4	Postavitev C	1 ● 5 6 2 3 4
Postavitev B	1 ● 6 2 5 3 4	Postavitev D	1 ● 2 5 6 3 4

Poglejmo prvo potezo pri postavitvi B. Oznako najprej prestavimo desno (poteza pod 2), nato pa zamenjamo stolpa in oznako prestavimo levo (poteza pod 1). To lahko zapišemo kot:

1 ● 6 2 5 3 4 → 1 6 ● 2 5 3 4 → 1 ● 2 6 5 3 4

Po dveh potezah torej dobimo postavitev, ki je enaka začetni postavitvi A. Torej igra pri postavitvi B zahteva več potez kot pri postavitvi A, zato to ne more biti pravilen odgovor.

Poglejmo zdaj prve tri poteze pri začetni postavitvi A:

1 ● 2 6 5 3 4 → 1 2 ● 6 5 3 4 → 1 2 6 ● 5 3 4 →1 2 ● 5 6 3 4

Dobljena postavitev je enaka tisti, ki jo dobimo po prvi potezi pri začetni postavitvi D. Torej tudi postavitev A zahteva več potez kot postavitev D.

Poglejmo še prve štiri poteze pri postavitvi C:

1 ● 5 6 2 3 4 → 1 5 ● 6 2 3 4 → 1 5 6 ● 2 3 4 → 1 5 ● 2 6 3 4 → 1 ● 2 5 6 3 4

Dobimo ravno postavitev, ki je enaka začetni postavitvi D. Tako smo ugotovili, da postavitev D zahteva najmanjše število potez.

Računalniško ozadje

Verjetno ste opazili, da se pri vseh začetnih postavitvah igra konča s postavitvijo 1 2 3 4 5 6 ●. Pravzaprav v igri uredimo stolpe iz žetonov po velikosti od najmanjšega do največjega.

Tudi v računalništvu je urejanje po določenem vrstnem redu zelo pogosta naloga, pa najsi bo to od najmanjšega do največjega, od najcenejšega do najdražjega ali pa po abecedi od A do Ž. Če so podatki urejeni, je iskanje po njih lahko veliko hitrejše in bolj učinkovito.

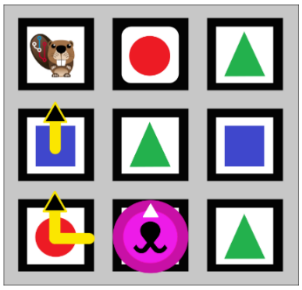
V nalogi smo za urejanje uporabili postopek, ki je sicer preprost za razumevanje in izvajanje, a je zelo počasen, zato se v praksi ne uporablja. Veliko bolj učinkoviti so drugi algoritmi, kot so na primer *hitro urejanje* (angl. *QuickSort*) ali *urejanje z zlivanjem* (angl. *MergeSort*).

Barvno vodeni robot

srednja šola

Robot se nahaja na začetni poziciji in mora doseči cilj . Robot prepoznava barvne simbole pod njim (na mestu, kjer stoji) in se premika glede na te simbole:

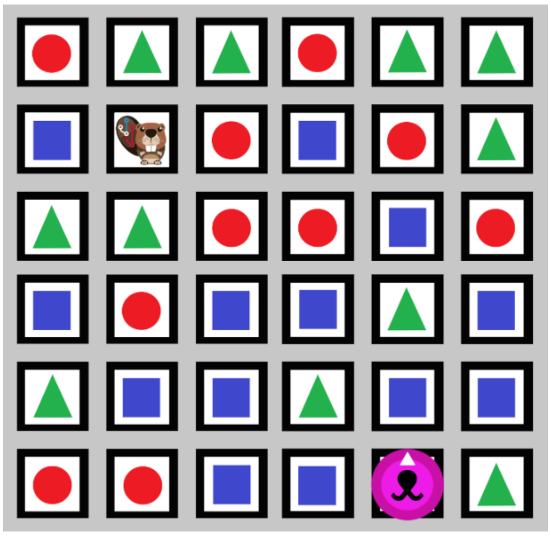
- modri kvadratek povzroči premik robota **en korak naprej**,
- rdeči krog povzroči **zasuk** robota **v desno in** nato premik za **en korak naprej**,
- zeleni trikotnik povzroči **zasuk** robota **v levo** in nato premik za **en korak naprej**.



Ko robot stoji na začetni poziciji, ne moremo videti, kateri barvni simbol je pod njim (vidi ga le robot).

V primeru na desni sliki se robot premakne po poti . V prvem koraku se obrne v levo in se premakne naprej, nato se obrne v desno in premakne naprej, na koncu pa se še enkrat premakne naprej.

Po kateri poti pa je prišel do cilja robot na spodnji sliki?



A) 

B) 

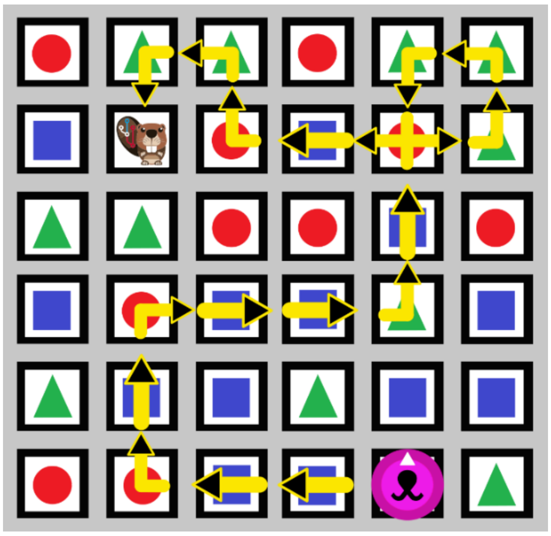
C) 

D) 

Rešitev

Pravilen odgovor je C.

Slika prikazuje pot, ki ji mora slediti robot, da pride do cilja.



Odgovor A ni pravilen, ker robot v 11. koraku zavije desno in po tem ne more nadaljevati naravnost (rdečemu krogu sledi modri kvadratek):

Odgovor B ni pravilen, ker robot v 5. koraku zavije desno, zadene ob steno in ne more nadaljevati naprej.

Odgovor D je tudi napačen, ker po zaključku te poti robot ne bo prišel do cilja (ampak v spodnji desni kot).

Pravilen odgovor lahko poiščemo tudi z nekoliko drugačnim razmišljanjem. Odgovora B in D ne moreta biti pravilna, ker zadnji simbol na poti ne more biti modri kvadrat. Zraven cilja je le en modri kvadrat in na tem simbolu se robot ne obrne (gre naravnost). Da bi dosegel cilj, bi moral robot na ta simbol priti z leve strani, to je iz stene, kar ni možno.

Tudi odgovor A ni pravilen, ker je zadnji simbol na poti rdeči krog in zraven cilja je le en rdeči krog, in sicer desno od cilja. Torej bi moral robot na ta simbol priti od zgoraj (ker se na njem obrne desno in gre naprej do cilja), to je iz zelenega trikotnika. Do tega simbola pa lahko pride le z leve, kjer je rdeči krog (tretji simbol od konca poti). Do tega rdečega kroga lahko robot pride le od zgoraj, kar v tem primeru ni možno, saj je tam stena.

Tako smo izločili tri možne odgovore in le preverimo četrtega, odgovor C, če je res pravilen.

Računalniško ozadje

Pri programiranju napišemo navodila računalniku, kako naj izvede neko nalogo ali reši podan problem. Računalniku podamo zaporedje korakov, ki jih mora izvesti, da doseže rezultat (pride do cilja). Tudi robot v tej nalogi je prejel zaporedje ukazov, jih izvedel in prišel do cilja.

Čudežna roža

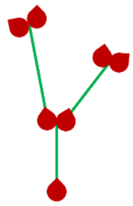
srednja šola

Ob sončnem vzhodu iz vsakega popka čudežne rože požene eno steblo. Steblo raste cel dan in ob sončnem zahodu, ko preneha rasti, se na koncu stebla pojavita dva nova popka. Tako čudežna roža raste vsak dan in iz dneva v dan postaja bolj bujna in čudovita.

Nov popek čudežne rože pred sončnim vzhodom

Čudežna roža po sončnem zahodu (prvi dan), 2 popka

Čudežna roža po sončnem zahodu (drugi dan), 4 popki



Koliko novih popkov ima čudežna roža ob sončnem zahodu po enem tednu?

Rešitev

Po sedmih dneh ima čudežna roža ob sončnem zahodu 128 popkov.

Po prvem dnevu ima čudežna roža ob sončnem zahodu dva popka. Naslednji dan iz vsakega od teh dveh popkov zraste po eno steblo, ki ima na koncu dva popka. Skupaj ima tako čudežna roža ob koncu drugega dne 4 popke. Tretji dan spet iz vsakega popka zraste po eno steblo, ki se zaključi z dvema popkoma. Torej ima konec tretjega dne čudežna roža 8 popkov. Ker vsak dan iz vsakega popka zraste steblo, na katerem sta ob koncu dneva dva popka, to pomeni, da vsak dan čudežna roža podvoji število popkov. Če jih ima tretji dan 8, jih bo imela četrti dan 16, peti dan 32, šesti dan 64 in sedmi dan 128. To je tudi odgovor, ki nas zanima. Konec sedmega dne (po enem tednu) ima čudežna roža 128 popkov.

Računalniško ozadje

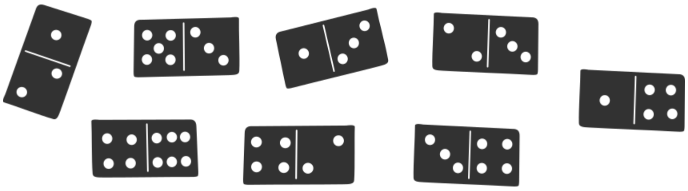
Rast čudežne rože določa eno samo pravilo: iz popka zraste steblo z dvema novima popkoma. To pravilo se ponavlja za vsak nov popek, zato čudežna roža raste po rekurzivnem pravilu. Teoretično lahko čudežna roža raste v neskončnost.

Domine

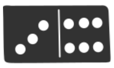
srednja šola

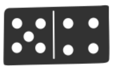
Domina je pravokotna ploščica z dvema deloma, na vsakem delu pa ima od 1 do 6 belih pik. Dve domini lahko sestavimo skupaj, če imata povezana dela obeh domin enako število belih pik. Tako lahko na primer sestavimo dve domini na levi, saj imata povezana dela vsak po 3 pike. Domin na desni sliki pa ne moremo sestaviti skupaj, saj imata povezana dela različno število pik (3 in 4).

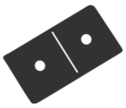
Če se držimo tega pravila sestavljanja domin, spodnjih 8 domin ne moremo sestaviti v eno vrsto.

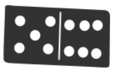


Katero domino moramo dodati zgornjim osmim dominam, da bomo lahko sestavili vrsto devetih domin?

A) 

B) 

C) 

D) 

Rešitev

Dodati moramo še domino 5-6. Pravilen odgovor je D.

Vsaka domina ima dva dela s pikami. Če pogledamo 8 podanih domin, najdemo naslednjih 16 delov (po številu pik):

- z 1 piko: 3 deli,
- z 2 pikama: 3 deli,
- s 3 pikami: 4 deli,
- s 4 pikami: 4 deli,
- s 5 pikami: 1 del,
- s 6 pikami: 1 del.

Če želimo vse domine postaviti v eno samo vrsto, morajo posamezni deli domin (gledano na število pik) nastopati v parih, z izjemo dveh delov: en na začetku in en na koncu vrste. Trenutno pa imamo liho število delov z 1, 2, 5 in 6 pikami. Če bi dodali še domino pod odgovorom A (3-6), bi dobili 5 delov s 3 pikami in 2 dela s 6 pikami. Tako bi imeli liho število delov z 1, 2, 3 in 5 pikami, kar je preveč, da bi jih lahko postavili v eno vrsto.

Pri dodani domini pod odgovorom B (5-4) bi dobili 2 dela s 5 pikami in 5 delov s 4 pikami. Tudi v tem primeru ne bi mogli ustvariti ustreznih parov.

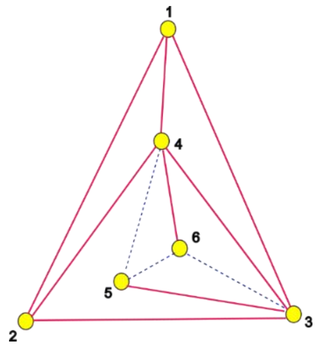
Pri odgovoru C imamo domino (1-1). Če bi dodali to domino, ne spremenimo lihosti/sodosti delov pri posameznih pikah. Tako tudi s to domino ne rešimo problema.

Če pa dodamo domino pod odgovorom D (5-6), dobimo 2 dela s 5 pikami in 2 dela s 6 pikami. Tako nam ostane liho število delov le z 1 in 2 pikama, torej le dva dela nimata svojega para – lahko ju postavimo na začetek in konec vrste. Od navedenih štirih domin ustreza rešitvi le domina 5-6.

Poglejmo še primer vrste, ki jo lahko sestavimo iz teh 9 domin: 1-2, 2-3, 3-1, 1-4, 4-3, 3-5, **5-6**, 6-4, 4-2.

Računalniško ozadje

V splošnem je v nalogi opisan problem povezan s problemom Eulerjevih sprehod. Domine predstavimo z grafom (slika desno). Število pik na delu domine predstavimo kot vozlišče grafa, dve vozlišči v grafu pa povežemo, če imamo domino s tem številom pik na vsakem delu. Osem domin iz naloge predstavimo z grafom na desni.



Eulerjev sprehod v grafu je tisti, pri katerem vsako povezavo prehodimo natanko enkrat (vozlišča pa lahko obiščemo večkrat).

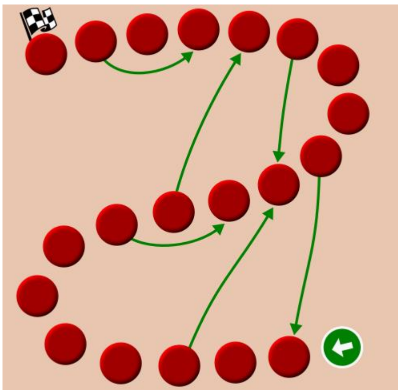
V grafu na desni lahko hitro vidimo, da nam manjka povezava med vozlišči 5 in 6, da bi lahko naredili sprehod.

Dirka 2

srednja šola

Bolhe se pomerijo na dirkalni progi, ki jo prikazuje desna slika (začetek označuje bela puščica desno spodaj, cilj pa je levo zgoraj). Dirka ima le dve pravili:

1. Bolhe skačejo po vrsti, ena za drugo. Ko je bolha na vrsti, skoči eno mesto naprej.
2. Zelene puščice predstavljajo enkratno bližnjico. Če je bolha na mestu z bližnjico, skoči naprej na mesto, kamor vodi puščica. Po skoku puščica izgine, tako da je druge bolhe ne morejo uporabiti.

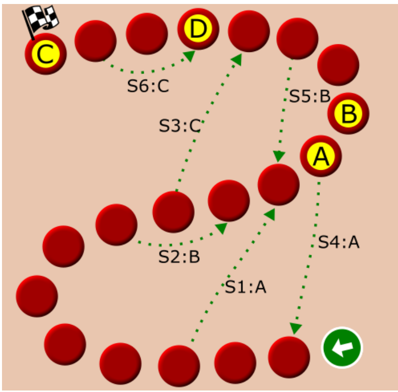


Štiri bolhe, na kratko poimenovane A, B, C in D, startajo v tem vrstnem redu.

V kakšnem vrstnem redu bodo končale dirko?

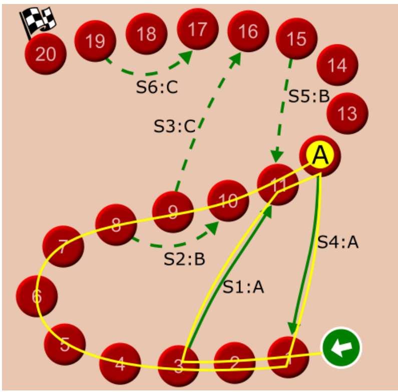
Rešitev

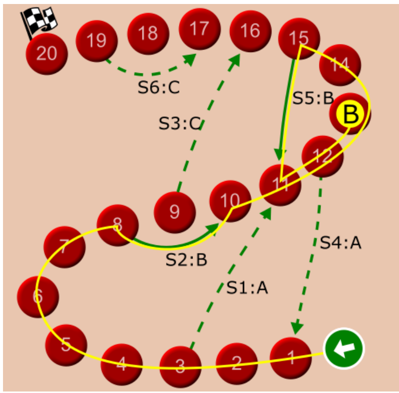
Pravilen odgovor je C, D, B, A.

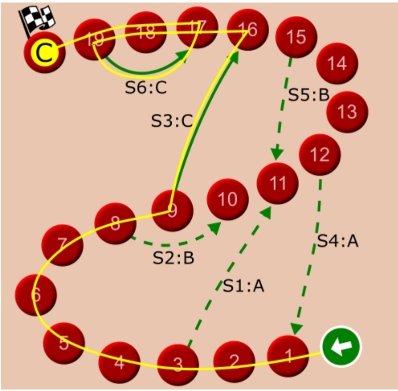


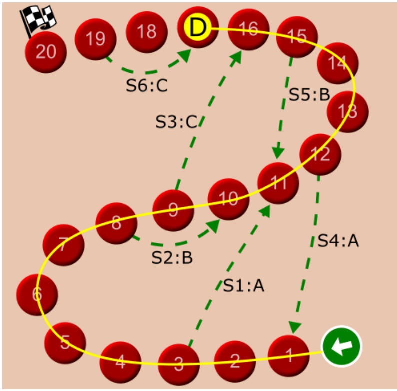
Slika na desni prikazuje položaje vseh štirih bolh v trenutku, ko pride v cilj prva bolha, to je C. Za pot je potrebovala 17 skokov. Na sliki so označene bližnjice oz. preskoki S1 do S6 (zelene puščice), poleg njih pa ime bolhe, ki je to bližnjico uporabila (npr. S1:A pomeni, da je preskok S1 izkoristila bolha A). Položaji bolh so označeni z rumenim krogcem in imenom bolhe v njem.

Poglejmo še poti posameznih bolh. Te so označene z rumeno črto, uporabljeni preskoki pa s polno zeleno puščico.









Ker bolha A starta prva, pride prva do preskoka S1 in ga uporabi. Po naslednjem skoku je na poziciji 12 in mora uporabiti bližnjico S4, ki jo vrne nazaj na začetek. Bolha A je tako po šestih skokih spet na prvi poziciji in za vsemi ostalimi bolhami.

Bolha B je prva, ki pride do zelene puščice S2 in jo uporabi. Zato se izogne puščici S3. Torej je prva bolha, ki pride do puščice S3, šele bolha C. Na pozicijo 9 pride po 9 skokih. Z uporabo puščice S3 v desetem skoku skoči na pozicijo 16. Čeprav se štiri skoke kasneje zaradi uporabe puščice S6 pomakne dve mesti nazaj (na pozicijo 17), še vedno ohrani vodstvo in čez tri skoke kot prva doseže cilj. Za pot porabi 17 skokov.

Po 17 skokih je bolha A priskakala šele do pozicije 12, bolha B pa do pozicije 13, saj je morala uporabiti preskok S5, ki jo je vrnil za 4 mesta nazaj.

Bolha D ne uporabi nobene bližnjice (vse razpoložljive bližnjice so uporabile že bolhe pred njo), zato tudi ne more prehiteti bolhe C. Skače po vrsti in po 17 skokih doseže pozicijo 17.

Torej je vrstni red bolh v cilju C, D, B in A.

Rešitev lahko dobimo tudi tako, da najprej za vsako bližnjico preračunamo, za koliko mest naprej ali nazaj prestavi bolho. Dobimo naslednje:

S1: +8, S2: +2, S3: +7, S4: -11, S5: -4, S6: -2

Nato pogledamo, katera bolha uporabi katero bližnjico.

Ker bolha A starta prva, pride prva do bližnjice S1 in jo uporabi. Prva pride tudi do bližnjice S4 in jo uporabi, kar jo vrne na pozicijo 1 in za ostale tri bolhe. Bolha A torej uporabi S1 in S4.

Bolha B je prva, ki doseže bližnjico S2 (in zato izpusti bližnjico S3). Nato pride prva tudi do bližnjice S5. Bolha B torej uporabi S2 in S5.

Bolha C prva priskače do bližnjice S3 in nato še do S6. Bolha C torej uporabi S3 in S6.

Za bolho D tako ne ostane nobena bližnjica več.

Sedaj le še pogledamo, koliko pozicij je vsaka bolha pridobila ali izgubila zaradi uporabe bližnjic:

bolha A: bližnjici S1 in S4, 8 – 11 = -3 pozicije

bolha B: bližnjici S2 in S5, 2 – 4 = -2 poziciji

bolha C: bližnjici S3 in S6, 7 – 2 = +5 pozicij

bolha D: brez bližnjic, 0 pozicij

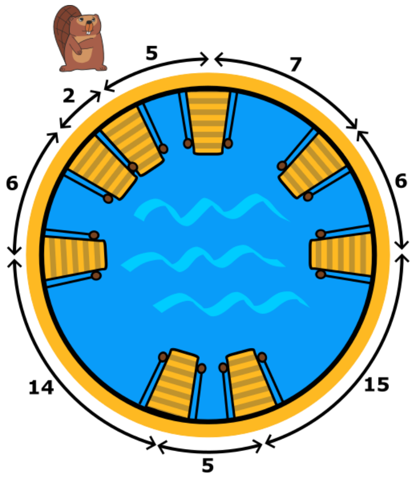
Zmaga torej bolha C, ker z uporabo bližnjic pridobi največ pozicij, sledi bolha D, nato bolha B, zadnja pa je bolha A, ki z uporabo bližnjic izgubi največ pozicij.

Računalniško ozadje

Z računalniki lahko izvajamo simulacije različnih fenomenov in procesov, med drugim tudi tekmovanja, kjer se pogoji dinamično spreminjajo kot v naši nalogi (zelene puščice). Če proces lahko opišemo z algoritmom, lahko računalnik predvidi in simulira rezultat.

Krožni obhod

srednja šola



Božo mora pregledati vse pomole na Okroglem jezeru, zato mora prehoditi dolgo pot okoli jezera. Ker je pot res dolga, bi si jo želel skrajšati, kolikor je le mogoče.

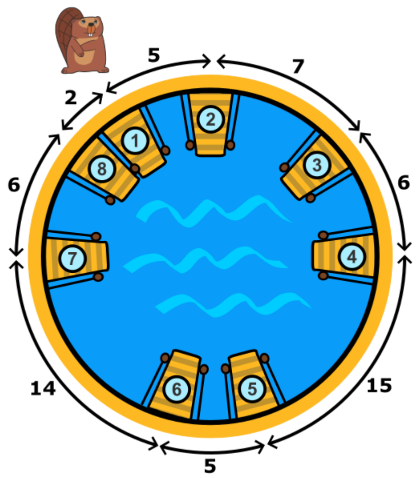
S trenutnega pomola lahko Božo odide do naslednjega pomola na svoji levi ali desni strani. Ko bo pregledal vse pomole, se bo na izhodišče lahko vrnil s čolnom, tako da mu ni treba skrbeti glede vrnitve (in hoje nazaj).

Desna slika prikazuje Okroglo jezero, pomole na jezeru ter razdalje med pomoli (v km). Prikazuje tudi, kje Božo začne s pregledom.

Kakšna je najkrajša razdalja, ki jo mora prehoditi Božo, da lahko pregleda vse pomole na jezeru?

Rešitev

Da pregleda vse pomole, mora Božo prehoditi najmanj 54 km.



Na desni sliki smo označili pomole s številkami od 1 do 8. Božo začne na pomolu 1. Pot okoli jezera je dolga 60 km.

Ker mora Božo pregledati vse pomole, se lahko izogne hoji le med dvema sosednjima pomoloma.

Recimo, da Božo ne bo prehodil razdalje med sosednjima pomoloma A in B. To pomeni, da bo od začetnega pomola S odšel proti pomolu A (oziroma pomolu B), pregledal vse pomole na tej poti, se vrnil na začetni pomol in odšel še proti pomolu B (oziroma pomolu A) ter pregledal vse pomole na poti. V tem primeru mu ne bo treba prehoditi razdalje d(A,B), to je razdalje med A in B, vendar bo moral dvakrat prehoditi ali d(S,A) ali d(S,B), to je pot od začetnega pomola do A ali od začetnega pomola do B. Tako si pri obhodu celega jezera lahko prihrani največ dolžino poti D:

$$D = d(A,B) - \min(d(S,A), d(S,B))$$

V primeru, ko je D največji, bo Božo prehodil najmanjšo razdaljo okoli jezera.

V tabeli smo izračunali D za vse sosednje pomole:

A, B	1, 2	2, 3	3, 4	4, 5	5, 6	6, 7	7, 8	8, 1
d(A,B)	5	7	6	15	5	14	6	2
d(1,A)	0	5	12	18	27	22	8	2
d(1,B)	5	12	18	27	22	8	2	0
D	5	2	-6	-3	-17	**6**	4	2

Vrednost D je največja za sosednja pomola 6 in 7, zato se bo Božo izognil poti med tema dvema pomoloma. Vidimo tudi, da je razdalja med pomoloma 1 in 6 daljša kot razdalja med pomoloma 1 in 7, zato bo Božo dvakrat prehodil razdaljo med pomoloma 1 in 7. Njegova pot bo naslednja: najprej bo preveril pomola 8 in 7, nato se bo vrnil do pomola 1, ga pregledal ter nadaljeval do pomolov 2, 3, 4, 5 in 6. Po pregledu pomola 6 se bo s čolnom vrnil na izhodišče.

Cela pot okoli jezera je dolga 60 km, Božo pa bo na poti prihranil 6 km hoje (razdalja D), torej bo skupaj prehodil 54 km.

Računalniško ozadje

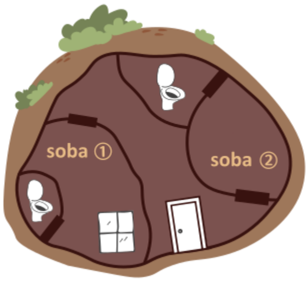
Optimizacija je pomembna v vseh vidikih življenja. V naravi organizmi prilagodijo svoje obnašanje tako, da povečajo možnost preživetja. Ljudje poskušamo izboljšati procese, da dobimo boljše rezultate (na primer rekorde v športu) ali porabimo manj virov (na primer denarja, energije, časa, surovin). Optimalni procesi dosežejo najboljše možne rezultate ob podanih virih, ali pa, kot v tej nalogi, želeni rezultat (pregled vseh pomolov) z najmanjšo porabo določenega vira (energije za prehojeno pot).

Optimizacija je eden od problemov, ki jih pogosto rešujemo s pomočjo računalnika. V ta namen je bilo razvitih in izpopolnjenih več algoritmov. Včasih je optimalno rešitev zelo težko poiskati, ker zahteva preveč časa ali prostora za shranjevanje podatkov, lahko pa poiščemo rešitev, ki je precej blizu optimalni rešitvi (ni najboljša, a je dovolj dobra).

Oddajanje hiše

srednja šola

Bobrovka Bogatunja je kupila tri nove hiše in jih želi oddati preko spletnega oglasnika nepremičnin *bobrisce.net*. Opisi hiš so v tabeli.

	Hiša 1	**Hiša 2**	**Hiša 3**
Najemnina	4.000 €	4.000 €	4.000 €
Načrt hiše			

Na *bobrisce.net* imajo zelo strogo politiko omejevanja najemnin (že tako so najemnine poletele v nebo, mladi bobri pa si težko privoščijo najem hiše), zato vse oglase pregledajo in po potrebi popravijo najemnino. Pri tem uporabijo naslednja pravila:

Če oddajana hiša ni primerna ali če je najemnina previsoka, oglasa zanjo ne objavijo.

Za katere Bogatunjine hiše bodo na *bobrisce.net* objavili oglase?

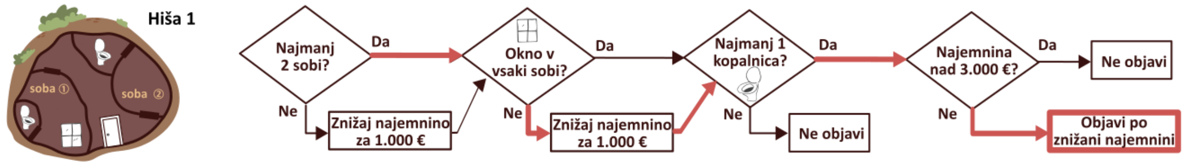
A) Za hiši 1 in 3, vsako po 3.000 €.
B) Za hišo 1 po 3.000 €, oglasi za ostale hiše pa ne bodo objavljeni.
C) Za hišo 1 po 3.000 € in hišo 2 za 2.000 €.
D) Za nobeno hišo ne bodo objavili oglasa.

Rešitev

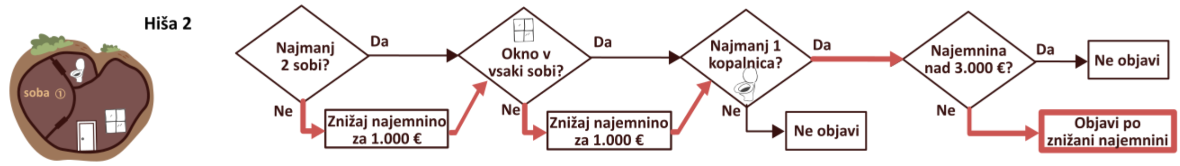
Pravilen odgovor je C: objavili bodo oglas za hišo 1 po 3.000 € in oglas za hišo 2 po 2.000 €.

Za vsako od treh hiš lahko sledimo diagramu in upoštevamo pravila, da dobimo rezultat (objava ali neobjava).

Za hišo 1 se najemnina zniža za 1.000 €, ker ima sobo brez okna. Ker je najemnina zmanjšana na 3.000 €, objavijo oglas.



Hiša 2 nima dovolj sob (vsaj dveh) in v sobi ni okna, zato se najemnina zniža s 4.000 € na 2.000 €. Objavijo oglas z znižano najemnino.



Oglasa za hišo 3 pa ne objavijo, ker hiša nima kopalnice.

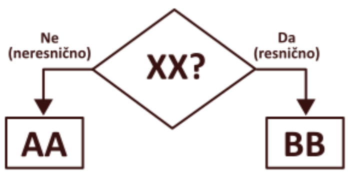
Če povzamemo, oglas bodo objavili za hišo 1 po 3.000 € in za hišo 2 po 2.000 €, medtem ko oglasa za hišo 3 ne bodo objavili.

Odgovor A ni pravilen, ker oglasa za hišo 3 ne objavijo. Odgovor B tudi ni pravilen, saj je oglas za hišo 2 tudi objavljen, in sicer z najemnino 2.000 €. Odgovor D ni pravilen, saj objavijo oglas za hiši 1 in 2. Torej je edini pravilni odgovor C.

Računalniško ozadje

V nalogi smo za opis pravil, ki jih uporabijo na *bobrisce.net*, uporabili *diagram poteka* (angl. *flowchart*). Diagrame poteka uporabimo za vizualni prikaz posameznih korakov procesa. V računalništvu jih s pridom uporabimo za opis algoritma.

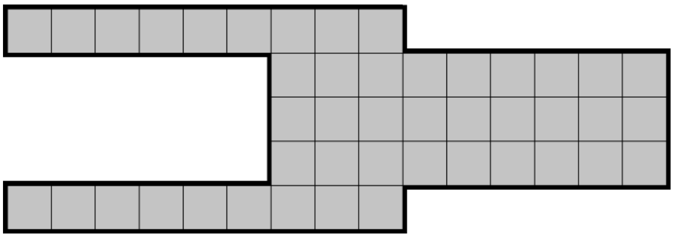
Diagram poteka vključuje tudi odločitvene stavke (oblike: *Če XX, potem BB, sicer AA*.), ki jih predstavimo z rombom:

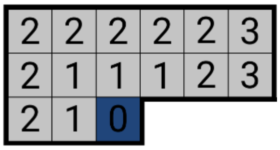


Ogrevanje

srednja šola

Ker so svizci napovedali zelo mrzlo zimo, je ata Bober kupil štiri grelce, s katerimi bo ogreval staro družinsko hišo. Hiša je sestavljena iz več celic, njen tloris pa prikazuje spodnja leva slika.





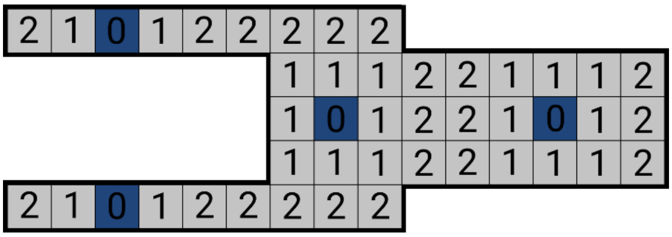
V celico postavljen grelec segreje to celico v trenutku. Topel zrak iz te celice se potem širi še v sosednje celice in v 1 minuti so ogrete tudi vse sosednje celice (tj. tiste, ki se dotikajo celice z robom ali ogliščem). Zgornja desna slika prikazuje primer, kako se širi topel zrak na sosednje celice v prostoru. Grelec postavimo v modro celico, ta se segreje v trenutku, nato pa se topel zrak širi še v sosednje celice in v 3 minutah so ogrete že vse celice v prostoru (številka v celici pove, po koliko minutah je ta celica ogreta).

Ata Bober postavi 4 grelce tako, da bo cela hiša ogreta v najkrajšem možnem času. Najmanj koliko časa bo trajalo, da se ogreje cela hiša?

Rešitev

Ob ustrezni postavitvi grelcev se cela hiša lahko ogreje v 2 minutah.

Spodnja slika prikazuje tako postavitev grelcev (modre celice), ki omogoča segretje cele hiše v 2 minutah.



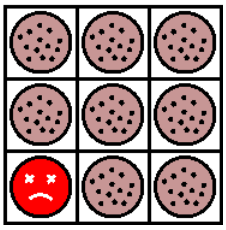
S 4 grelci ni mogoče, da bi celo hišo ogreli v krajšem času, to je v le 1 minuti. Da bi nam uspelo hišo ogreti v 1 minuti, bi morale biti vse celice v hiši sosednje celici z grelcem (ali pa imeti grelec). En grelec lahko v času ene minute, poleg celice, v kateri je postavljen, ogreje še največ 8 sosednjih celic. Torej lahko 4 grelci v 1 minuti ogrejejo največ 36 celic (4 x 9 = 36). Ker ima hiša 45 celic, očitno ne moremo ogreti vseh celic v 1 minuti. Torej je najkrajši čas, v katerem lahko ogrejemo celo hišo, 2 minuti.

Računalniško ozadje

Topel zrak iz grelcev v nalogi pri širjenju uporablja algoritem poplavljanja (angl. *flood fill*). Ta algoritem se v računalniški grafiki uporablja za zapolnjevanje področij z novo barvo (npr. orodje »vedro« v programih za risanje).

Piškoti

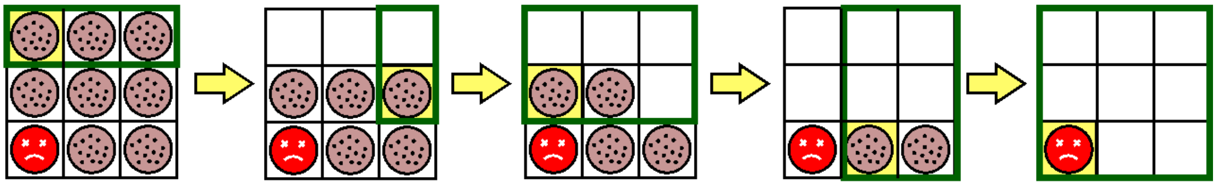
srednja šola



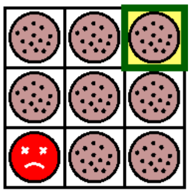
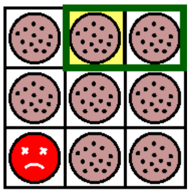
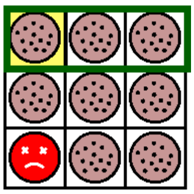
Ciril obožuje piškote. V nedeljo sta z Marijo napekla celo goro piškotov, a se jih je žal nekaj tudi zažgalo. V upanju, da bo lahko pojedel veliko piškotov, se je Ciril domislil naslednje igre: na pladnju je v mrežo velikosti 3 x 3 postavil 9 piškotov. Vsi piškoti so slastni, razen tistega spodaj levo, ki je zažgan (in res ni preveč dobrega okusa). Nato sta z Marijo izmenično igrala po naslednjih pravilih: ko je na potezi, mora igralec izbrati en piškot s pladnja in ga pojesti skupaj z vsemi piškoti, ki so na pladnju nad in desno od izbranega piškota. Igralec, ki poje zažgan piškot, igro izgubi.

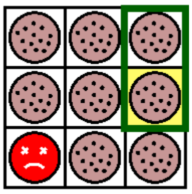
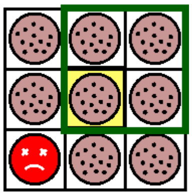
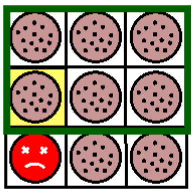
Primer poteka igre bi lahko bil naslednji (izbrani piškot igralca je označen z rumenim kvadratkom, igralec pa poje vse piškote znotraj zelenega pravokotnika; v tej igri Ciril izgubi):

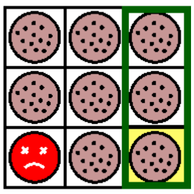
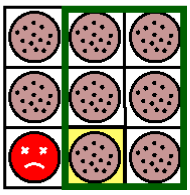
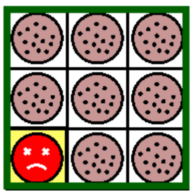
Ciril Marija Ciril Marija Ciril



Ciril začne igro in bi se rad izognil zažganemu piškotu. Katera naj bo njegova prva poteza, da bo zagotovo zmagal (ob predpostavki, da bo tudi ostale poteze odigral optimalno)?

A)  B)  C) 

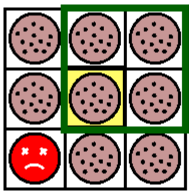
D)  E)  F) 

G)  H)  I) 

Rešitev

Pravilen odgovor je E.

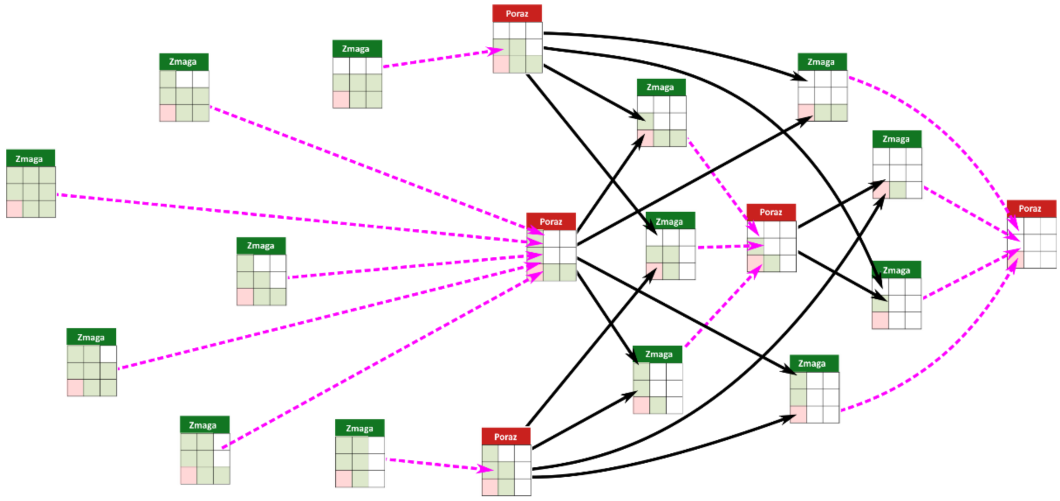
V igri lahko zmaga le v primeru, če v prvi potezi poje štiri piškote desno zgoraj:



Vse druge začetne poteze vodijo v to, da bo na koncu prisiljen pojesti zažgan piškot. Rešitev lahko poiščemo tako, da preverimo vse možne poteze in tako vidimo, kaj se zgodi. Na prvi pogled se sicer zdi, da je zelo veliko različnih položajev s piškoti, do katerih bi lahko prišlo med igro. A v resnici je teh le 19 in vse prikazujejo spodnje slike (zeleni kvadratki predstavljajo dobre piškote, rdeči kvadratek pa zažganega):

Položaj je označen kot »Zmaga«, če vodi v zmago trenutnega igralca, oziroma kot »Poraz«, če vodi v njegov poraz.

Možne poteze med igranjem te igre (tj. kako lahko pridemo iz enega položaja v drugega) lahko predstavimo z grafom: črtkane povezave pomenijo zmagovalno potezo, tj. igralec mora slediti tej potezi, če želi zmagati v igri; polne črte pa pomenijo potezo, ki igralca vodi v izgubljeno igro.



Če ostane na pladnju le zažgan piškot, je ta položaj označen kot *poraz*. Pri vseh ostalih položajih pa lahko zmagamo, če iz danega položaja vodi vsaj ena povezava do položaja *poraza* (to pomeni, da lahko uporabimo to potezo in nasprotnika prisilimo v poraz). Iz grafa lahko vidimo, da po prvi potezi pridemo do položaja poraza le pri položaju pri odgovoru E. Torej je to edina prava poteza, če si želi Ciril zagotoviti zmago (v vseh ostalih primerih ima tudi Marija možnost za zmago).

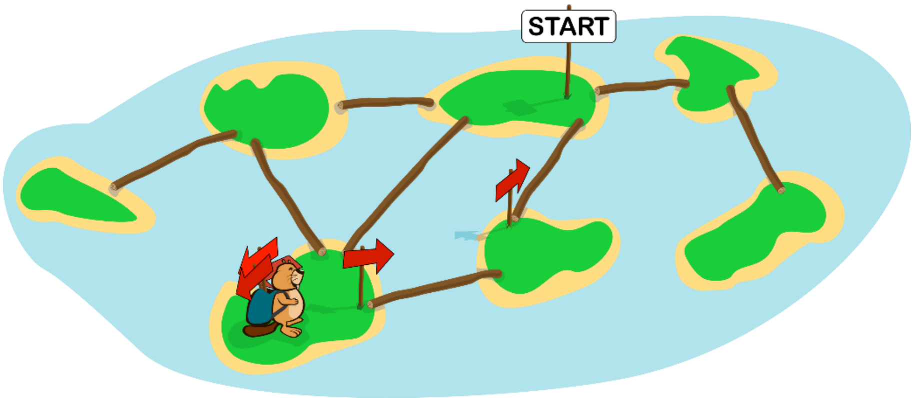
Računalniško ozadje

V nalogi opisana igra je različica znane strateške igre *Nim*. Pri reševanju smo uporabili pojme iz teorije iger. Drevo igre z vsemi možnimi potezami bi bilo preveliko, vendar smo drevo poenostavili tako, da smo v njem uporabili le po en možen položaj igre, saj različne veje igre pravzaprav predstavljajo isti položaj.

Raziskovanje otokov

srednja šola

Bober Bor raziskuje otočke na bližnjem jezeru. Otoki so povezani s hlodi, kot prikazuje spodnja slika.



Z vsakega otoka lahko vidi vse sosednje otoke in tudi morebitne oznake na njih. Bor bi rad obiskal vse otoke, zato si pripravi več oznak s puščicami in za obiskovanje otokov uporabi naslednjo strategijo (zgornja slika prikazuje Bora ob obisku tretjega otoka):

> Začni na katerem koli otoku in na njem postavi oznako START.
> Ko prideš na otok, naredi naslednje:
>> Če je na otoku že oznaka, jo pusti pri miru,
>> sicer postavi oznako puščice tako, da bo kazala proti otoku, s katerega si prišel.
>> Če obstaja sosednji otok, ki XXX, pojdi na ta otok,
>> sicer poglej oznako na otoku, na katerem si.
>>> Če je ta oznaka puščica, pojdi na otok, YYY,
>>> sicer si obiskal vse otoke.

Kaj mora biti namesto XXX in YYY, da bo Bor lahko obiskal vse otoke?

A) XXX = »je brez oznake«, YYY = »s katerega si ravnokar prišel«
B) XXX = »ima puščico«, YYY = »s katerega si ravnokar prišel«
C) XXX = »ima oznako START«, YYY = »s katerega si ravnokar prišel«
D) XXX = »je brez oznake«, YYY = »na katerega kaže puščica«
E) XXX = »ima puščico«, YYY = »na katerega kaže puščica«
F) XXX = »ima oznako START«, YYY = »na katerega kaže puščica«

Rešitev

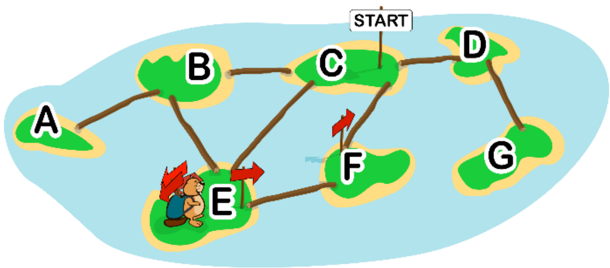
Pravilen odgovor je D. Strategija mora vključevati naslednje: Če obstaja sosednji otok, ki je brez oznake, pojdi na ta otok, sicer poglej oznako na otoku, na katerem si. Če je ta oznaka puščica, pojdi na otok, na katerega kaže puščica, sicer si obiskal vse otoke.

Glede na zapisano strategijo lahko ugotovimo, da ima otok, ki ga je Bor že obiskal, postavljeno oznako, medtem ko otok, katerega Bor še ni obiskal, nima oznake (ker Bor na otoku postavi oznako, če oznake na otoku še ni).

Poglejmo, kaj bi lahko bilo na mestu XXX. Sodeč po podanih možnih odgovorih, so na tem mestu tri možnosti: »je brez oznake«, »ima puščico« ali »ima oznako START«.

Če je na tem mestu »je brez oznake«, potem Bor obišče sosednji otok, na katerem še ni bil. To je pravilna strategija, saj želi Bor obiskati vse otoke.

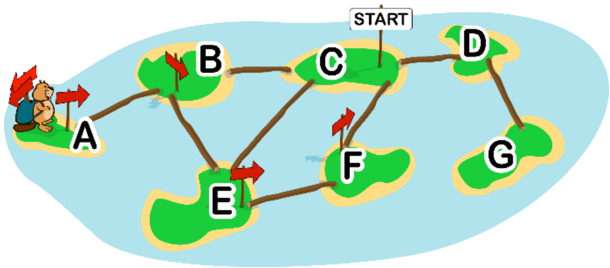
Če obstaja sosednji otok, ki »ima puščico«, to pomeni, da je Bor ta otok že obiskal, in zato ni smiselno, da gre ponovno na ta otok. Tako bi se le sprehajal med otoki, na katerih je že bil. Če kot primer pogledamo situacijo na spodnji sliki, bi se Bor sprehajal med otokoma E in F v nedogled. To seveda ni pravilna strategija.



Če obstaja sosednji otok, ki »ima oznako START«, to pomeni, da se Bor ob prvi priložnosti vrne na otok, na katerem je začel. Ko pride na ta otok, pa glede na napisano strategijo (napačno) ugotovi, da je obiskal že vse otoke (zadnji *sicer* algoritma). Torej je tudi ta možnost napačna.

Poglejmo še obe možnosti na mestu YYY: »s katerega si ravnokar prišel« in »na katerega kaže puščica«.

Prva možnost, »s katerega si ravnokar prišel«, pomeni, da bi se v nedogled premikal med dvema otokoma, ki nimata še neobiskanih sosedov. Če kot primer pogledamo situacijo na spodnji sliki, otok A nima več neobiskanih sosedov. Bor torej nima druge izbire, kot da se vrne na otok B (kar sicer ustreza temu, da se vrne, od koder je ravnokar prišel). Vendar pa tudi otok B nima nobenega še neobiskanega soseda. Če bi se Bor vrnil na otok, s katerega je ravnokar prišel, bi se vrnil na otok A in to prehajanje med otokoma A in B ponavljal v neskončnost. To ne more biti pravilna strategija.



Pravilna je druga možnost, »na katerega kaže puščica«. V tem primeru imajo vsi sosednji otoki že oznake, kar pomeni, da jih je že vse obiskal. Vendar to ne pomeni, da je obiskal že čisto vse otoke. Lahko je pred tem bil na kakšnem otoku, ki je imel več sosedov brez oznak (neobiskanih sosedov). Obiskal je le enega izmed njih. Zato se mora vrniti po svoji poti nazaj do takega otoka in obiskati še ostale neobiskane sosede. Če gre na otok, »na katerega kaže puščica«, se pravzaprav vrne po svoji poti na otok, na katerem je že bil, in nato lahko razišče še ostale neobiskane otoke. V primeru na zgornji sliki bi se Bor z otoka A vrnil na otok B, od tam pa dalje na E, F in C (kot kažejo puščice). Z otoka C pa bi lahko obiskal še otok D, na katerem še ni bil (še nima oznake).

Računalniško ozadje

Tudi v tej nalogi smo uporabili graf (ja, grafi se v računalništvu zelo pogosto uporabljajo): otoki so vozlišča grafa, povezave pa hlodi, ki povezujejo otoke. Pri grafih imamo pogosto nalogo, da moramo pregledati vsa vozlišča grafa (npr. da najdemo tistega, ki ima določene značilnosti). Če je graf velik (z veliko vozlišči in povezavami), moramo za pregled vseh vozlišč uporabiti ustrezno strategijo, da po nesreči ne izpustimo katerega izmed vozlišč. Eno takih strategij je uporabil tudi Bor v nalogi: imenuje se *iskanje v globino*.

Pregled nalog

Šolsko tekmovanje

			2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	SŠ
Ropotuljica 1	Slovaška		●								
Pot skozi vas	Velika Britanija		●	●							
Sladoled 1	Islandija		●	●							
Slikanje	Finska		●	●							
Svetilniki	Češka		●	●							
Ropotuljica 2	Slovaška			●							
Ujemanje 1	Mehika			●	●						
Prosti privezi	Malta			●	●	●					
Trak z igračami	Estonija			●	●	●					
Čudežni vrt	Kosovo				●						
Darilo za rojstni dan	Nizozemska				●						
Anina slika	Severna Makedonija				●	●					
Barvanje jajc	Irska				●	●					
Drevesa	Nemčija				●	●					
Rika kartice	Švica				●	●					
Sladoled 2	Islandija				●	●					
Dostava pirhov	Irska				●	●	●	●			
Baloni 1	Nemčija					●					
Risanje črt 1	Kanada					●					
Tuareški tifinagh	Švica					●					
Darila	Romunija					●	●	●			
Razvrščanje živali	Madžarska					●	●	●			
Ujemanje 2	Mehika					●	●	●			
Nogometni turnir	Paragvaj						●	●			
Risanje črt 2	Kanada						●	●			
Zamenjave 1	Belgija						●	●			

		2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	SŠ
Žoge	Bolgarija					●	●			
Baloni 2	Nemčija					●	●	●	●	
Naj bo mesto varno	Peru					●	●	●	●	
Raki samotarji	Kanada					●	●	●	●	
Superbebras	Nemčija					●	●	●	●	
Gozd	Slovaška					●	●	●	●	●
Kode za sef	Filipini					●	●	●	●	●
Uteži	Brazilija					●	●	●	●	●
Vrednosti kart	Slovaška					●	●	●	●	●
Dirka 1	Češka							●	●	
Zapestnica	Tajvan							●	●	
Genski zapis	Indonezija							●	●	●
Igra s školjkami	Kanada							●	●	●
Sadni čarovnik	Srbija							●	●	●
Zamenjave 2	Belgija							●	●	●
Barvno vodeni robot	Češka									●
Čudežna roža	Nemčija									●
Domine	Ukrajina									●
Dirka 2	Češka									●
Krožni obhod	Mehika									●
Oddajanje hiše	Tajvan									●
Ogrevanje	Pakistan									●
Piškoti	Portugalska									●
Raziskovanje otokov	Nemčija									●

Avtorji nalog

Milla Aavakare, Finska

Masiar Babazadeh, Švica

Javier Bilbao, Španija

Linda Björk Bergsveinsdóttir, Islandija

Zainab A. Bohulaigh, Saudova Arabija

Leonard Busuttil, Malta

Lucia Budinská, Slovaška

Maria Cepeda, Mehika

Špela Cerar, Slovenija

Christian Colombo, Malta

Valentina Dagienė, Litva

Susanne Datzko-Thut, Švica

Justina Dauksaite, ZDA

Václav Dobiáš, Češka

Mette Eis-Hansen, Danska

Nora A. Escherle, Švica

Lidia Feklistova, Estonija

Simon Garrad, Irska

Husnul Hakim, Indonezija

Mathias Hiron, Francija

Heikki Hyyrö, Finska

Mile Jovanov, Severna Makedonija

Heidi Kaarto, Finska

Bekim Kasumi, Kosovo

Atheer Khabti, Saudova Arabija

Gohar Khachatryan, Armenija

Doyong Kim, Južna Koreja

Hakin Kim, Južna Koreja

Injoo Kim, Južna Koreja

Vaidotas Kinčius, Litva

Anne-Marie B. Kristiansen, Danska

Taina Lehtimäki, Irska

Kristofer Lill, Estonija

Sirasit Lochanachit, Tajska

Vu Van Luan, Vietnam

Yi-Hsiu Mei, Tajvan

Madhavan Mukund, Indija

Tom Naughton, Irska

Ozgur Ozdemir, Turčija

Alex Parry, Velika Britanija

Praphan Pavarangkoon, Tajska

Marika Parviainen, Finska

Jean-Philippe Pellet, Švica

Zsuzsa Pluhár, Madžarska

Wolfgang Pohl, Nemčija

Stefan Popovc, Severna Makedonija

J.P. Pretti, Kanada

Chris Roffey, Velika Britanija

Eljakim Schrijvers, ZDA

Emil Stankov, Severna Makedonija

Alieke Stijf, Nizozemska

Nikolaos Stratis, Ciper

Goran Šuković, Črna gora

Ahto Truu, Estonija

Diane Vassallo, Malta

Christine Vender, Kanada

Kyra Willekes, Nizozemska